

INHALT

1 EINLEITUNG	13
1.1 Erkenntnisinteresse und Ziele der Arbeit.....	13
1.2 Gegenstandsbestimmung und Fragestellungen.....	20
1.3 Vorgehen und Aufbau der Arbeit	26
2 MATHEMATIKLERNEN IM GRUNDSCHULALTER.....	29
2.1 Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen	29
2.1.1 Zum Verständnis von Mathematiklernen	29
2.1.1.1 Repräsentationsebenen nach Bruner	33
2.1.1.2 Operationsaufbau nach Aebli	36
2.1.2 Ziele des Mathematikunterrichts der Grundschule	41
2.1.2.1 Fundamentale Ideen der Mathematik.....	41
2.1.2.1.1 Rettet die Ideen!.....	42
2.1.2.1.2 Fundamentale Ideen im Primarbereich.....	48
2.1.2.1.3 Fundamentale Ideen als fachlich-strukturierendes didaktisches Prinzip im Mathematikunterricht der Grundschule.....	55
2.1.2.2 Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich	61
2.1.2.2.1 Inhaltsbezogene Kompetenzen	64
2.1.2.2.1.1 Zahlen und Operationen	65
2.1.2.2.1.2 Raum und Form	66
2.1.2.2.1.3 Muster und Strukturen	68
2.1.2.2.1.4 Größen und Messen	69
2.1.2.2.1.5 Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	71
2.1.2.2.2 Allgemeine Kompetenzen	72
2.1.2.2.2.1 Problemlösen	73
2.1.2.2.2.2 Kommunizieren	74
2.1.2.2.2.3 Argumentieren	74
2.1.2.2.2.4 Modellieren	74
2.1.2.2.2.5 Darstellen.....	75
2.1.2.2.3 Kritische Würdigung der Bildungsstandards.....	75

2.1.3	Mathematische Kompetenzentwicklung im Grundschulalter	77
2.1.3.1	Vorkenntnisse zum Schulbeginn	78
2.1.3.2	Das Curriculum des mathematischen Anfangsunterrichts.....	87
2.1.3.3	Das Curriculum des Mathematikunterrichts im höheren Grundschulalter.....	105
2.1.3.4	Schlussbemerkung	120
2.2	Die abweichende Entwicklung mathematischer Kompetenzen	121
2.2.1	Begriffsklärung: Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie.....	126
2.2.2	Prävalenz und Komorbidität von mathematischen Lernschwierigkeiten.....	128
2.3	Zusammenfassung	130
3	LERNVERLAUFSDIAGNOSTIK ALS ZENTRALES ELEMENT SCHULISCHER PRÄVENTION	131
3.1	Funktionen und Formen pädagogischer Diagnostik	135
3.2	Formative Evaluation von Unterricht und Förderung.....	141
3.2.1	Kennzeichen und Handlungsschritte einer Lernverlaufsdagnostik	145
3.2.2	Varianten und Beispiele der Lernverlaufsdagnostik.....	152
3.2.3	Effekte der Lernverlaufsdagnostik.....	158
3.3	Prävention in der Schule.....	163
3.4	Zusammenfassung	171
4	ANFORDERUNGEN AN EINEN TEST ZUR LERNVERLAUFSDIAGNOSTIK	173
4.1	Statusdiagnostische Gütekriterien	174
4.1.1	Eindimensionalität.....	175
4.1.2	Angemessene Schwierigkeit.....	176
4.1.3	Differenzierungsfähigkeit	178
4.1.4	Objektivität	180
4.1.5	Reliabilität.....	182
4.1.6	Validität	190
4.2	Verlaufsdagnostische Gütekriterien	197
4.2.1	Anwendung eines gültigen Messmodells.....	197

4.2.1.1 Klassische Testtheorie.....	198
4.2.1.2 Probabilistische Testtheorie.....	204
4.2.1.3 Fazit.....	211
4.2.2 Änderungssensitivität.....	212
4.3 Nutzen und Anwendbarkeit.....	215
4.3.1 Nützlichkeit.....	215
4.3.2 Ökonomie.....	218
4.3.3 Zumutbarkeit.....	223
4.4 Zusammenfassung.....	224
5 HERLEITUNG EINES FORMATIVEN SCHULLEISTUNGSTESTS FÜR DAS FACH MATHEMATIK IN DRITTEN KLASSEN.....	227
5.1 Inhaltliche Grundlegung.....	227
5.1.1 Mathematische Aspekte.....	227
5.1.2 Testtheoretische Aspekte.....	232
5.1.3 Synopse.....	242
5.2 Herleitung des Verfahrens.....	244
5.2.1 Herleitung der Aufgaben im Inhaltsbereich Zahlen und Operationen.....	244
5.2.2 Herleitung der Aufgaben im Inhaltsbereich Raum und Form.....	250
5.2.3 Herleitung der Aufgaben im Inhaltsbereich Größen und Messen.....	255
5.2.4 Herleitung der Aufgaben im Inhaltsbereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit.....	262
5.3 Zusammenfassung.....	264
6 METHODIK DER UNTERSUCHUNG.....	267
6.1 Forschungsfragen und Hypothesen der Untersuchung.....	268
6.1.1 Überprüfung der statusdiagnostischen Gütekriterien.....	269
6.1.2 Überprüfung der verlaufdiagnostischen Gütekriterien.....	271
6.1.3 Überprüfung des Nutzens und der Anwendbarkeit des Verfahrens ...	273
6.2 Beschreibung der Stichproben.....	274
6.2.1 Teilstudie 1.....	275
6.2.2 Teilstudie 2.....	277
6.2.3 Teilstudie 3.....	278

6.2.4	Teilstudie 4.....	288
6.2.5	Teilstudie 5.....	288
6.3	Untersuchungsdurchführung und -verlauf	290
6.3.1	Teilstudie 1.....	290
6.3.2	Teilstudie 2.....	294
6.3.3	Teilstudie 3.....	295
6.3.4	Teilstudie 4.....	300
6.3.5	Teilstudie 5.....	301
6.4	Erhebungsinstrumente.....	304
6.4.1	Deutscher Mathematiktest für dritte Klassen (Roick et al., 2004).....	305
6.4.2	Kompetenzerfassung in Kindergarten und Schule – Mathematik Klasse 4 (Ricken, Hildenbrand et al., 2013)	306
6.4.3	Lernverlaufsdagnostik – Mathematik für zweite bis vierte Klassen (Strathmann & Klauer, 2012)	307
6.4.4	Deutscher Rechtschreibtest für das dritte und vierte Schuljahr (Stock & Schneider, 2008).....	308
6.4.5	Hamburger Schreib-Probe 2-9 (May, 2012).....	309
6.4.6	Würzburger Leise Leseprobe – Revision (Schneider et al., 2011)	310
6.4.7	Ein Leseverständnistest für Erst- bis Sechstklässler (Lenhard & Schneider, 2006).....	311
6.4.8	Lernfortschrittsdiagnostik Lesen (Walter, 2010a)	312
6.4.9	Verlaufsdagnostik sinnerfassenden Lesens (Walter, 2013).....	313
6.4.10	Grundintelligenztest Skala 2 – Revision (Weiß, 2008)	314
6.4.11	Bildungsstandards: Kompetenzen überprüfen. Mathematik Grundschule 3/4 (Granzer et al., 2008).....	315
6.4.12	Lehrerfragebogen zu den entwickelten Verfahren.....	316
6.5	Methoden der Datenauswertung	318
6.5.1	Umgang mit fehlenden Werten in der Pilotierungsphase (Teilstudie 1)	318
6.5.2	Itemanalyse und -selektion	325
6.5.3	Eindimensionalität.....	329
6.5.4	Objektivität	332

6.5.5	Reliabilität.....	334
6.5.6	Validität	336
6.5.7	Gültigkeit des Messmodells	344
6.5.8	Änderungssensitivität.....	348
6.5.9	Nutzen und Anwendbarkeit.....	353
6.5.10	Programme zur Datenauswertung	353
7	DARSTELLUNG DER ERGEBNISSE.....	355
7.1	Pilotstudie	355
7.2	Hauptstudie.....	366
7.2.1	Eindimensionalität.....	366
7.2.2	Angemessene Schwierigkeit.....	367
7.2.2.1	Schwierigkeitskennwerte der testheftübergreifenden Skalen.....	367
7.2.2.2	Schwierigkeitskennwerte der Form A	370
7.2.2.3	Schwierigkeitskennwerte der Form B	374
7.2.2.4	Schwierigkeitskennwerte der Form C	379
7.2.2.5	Schwierigkeitskennwerte der Form D	384
7.2.3	Differenzierungsfähigkeit	389
7.2.3.1	Trennschärfen der Form A.....	389
7.2.3.2	Trennschärfen der Form B.....	390
7.2.3.3	Trennschärfen der Form C	391
7.2.3.4	Trennschärfen der Form D	392
7.2.4	Objektivität	392
7.2.5	Reliabilität.....	393
7.2.5.1	Retest-Reliabilität.....	394
7.2.5.2	Testhalbierungsreliabilität	397
7.2.5.3	Interne Konsistenz	397
7.2.5.3.1	Interne Konsistenz der Form A	398
7.2.5.3.2	Interne Konsistenz der Form B	398
7.2.5.3.3	Interne Konsistenz der Form C	399
7.2.5.3.4	Interne Konsistenz der Form D.....	399

7.2.5.3.5 Interne Konsistenz der testheftübergreifenden Skalen.....	400
7.2.6 Validität	401
7.2.6.1 Inhaltsvalidität	401
7.2.6.2 Kriteriumsvalidität	406
7.2.6.2.1 Konkurrente Validität.....	406
7.2.6.2.2 Prognostische Validität	408
7.2.6.2.3 Inkrementelle Validität.....	411
7.2.6.3 Konstruktvalidität	412
7.2.6.3.1 Interkorrelationen der Subtests.....	412
7.2.6.3.2 Konvergente und diskriminante Validität	415
7.2.7 Gültigkeit des Messmodells	423
7.2.8 Änderungssensitivität.....	426
7.2.8.1 Gesamtgruppe	426
7.2.8.2 Kinder mit gering ausgeprägtem mathematischem Vorwissen	432
7.2.8.3 Kinder mit durchschnittlichem mathematischem Vorwissen.....	438
7.2.8.4 Kinder mit stark ausgeprägtem mathematischem Vorwissen.....	444
7.2.9 Nutzen und Anwendbarkeit.....	450
7.2.9.1 Nützlichkeit.....	450
7.2.9.2 Ökonomie.....	455
7.2.9.3 Zumutbarkeit.....	457
8 DISKUSSION.....	459
8.1 Zusammenfassung der Ergebnisse und Beantwortung der Forschungsfragen.....	459
8.1.1 Eindimensionalität.....	459
8.1.2 Angemessene Schwierigkeit.....	460
8.1.3 Differenzierungsfähigkeit	462
8.1.4 Objektivität	463
8.1.5 Reliabilität.....	464
8.1.6 Validität	466
8.1.7 Gültigkeit des Messmodells	469

8.1.8	Änderungssensitivität.....	470
8.1.9	Nutzen und Anwendbarkeit.....	472
8.2	Diskussion der Ergebnisse hinsichtlich der statusdiagnostischen Gütekriterien	475
8.2.1	Eindimensionalität.....	475
8.2.2	Angemessene Schwierigkeit.....	477
8.2.3	Differenzierungsfähigkeit	479
8.2.4	Objektivität	481
8.2.5	Reliabilität.....	483
8.2.6	Validität	488
8.3	Diskussion der Ergebnisse hinsichtlich der verlaufdiagnostischen Gütekriterien	498
8.3.1	Gültigkeit des Messmodells	499
8.3.2	Änderungssensitivität.....	501
8.4	Diskussion der Ergebnisse hinsichtlich des Nutzens und der Anwendbarkeit des Verfahrens.....	506
8.5	Fazit und Ausblick.....	511
8.5.1	Zur internen Validität der Befunde	512
8.5.2	Zur externen Validität der Befunde	515
8.5.3	Abschließende Einordnung der Befunde	517
8.5.4	Ausblick.....	519
	ABSTRACT.....	523
	LITERATUR	527
	ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS.....	584
	TABELLENVERZEICHNIS	585
	ABBILDUNGSVERZEICHNIS	591
	ANHANGSVERZEICHNIS	594
	ANHANG.....	595