

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen: Zahlen	1
1.1	Rationale Zahlen	1
1.2	Reelle Zahlen	4
1.3	Ungleichungen	7
1.4	Der Betrag einer reellen Zahl	11
1.5	Das Prinzip der vollständigen Induktion	15
1.6	Binomialkoeffizienten, binomischer Satz	20
1.7	Elemente der Kombinatorik	23
1.8	Aufgaben	28
2	Funktionen einer Veränderlichen	30
2.1	Zum Funktionsbegriff	30
2.2	Graphen	33
2.3	Gleichungen und Kurven	37
2.4	Verknüpfung von Funktionen	39
2.5	Umkehrfunktion, monotone Funktionen	43
2.6	Aufgaben	48
3	Elementare Funktionen	50
3.1	Polynome	50
3.2	Trigonometrische Funktionen	58
3.3	Zyklometrische Funktionen	66
3.4	Exponentialfunktionen	68
3.5	Logarithmen	73
3.6	Hyperbelfunktionen	80

3.7	Anhang: Komplexe Zahlen	81
3.8	Aufgaben	92
4	Grenzwerte, stetige Funktionen	96
4.1	Der Begriff des Grenzwertes	96
4.2	Berechnung von Grenzwerten	101
4.3	Einseitige und uneigentliche Grenzwerte	103
4.4	Stetige Funktionen	105
4.5	Eigenschaften stetiger Funktionen	109
4.6	Aufgaben	112
5	Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen	114
5.1	Die Ableitung einer Funktion	114
5.2	Ableitungsregeln	119
5.3	Die Ableitungen der trigonometrischen Funktionen	125
5.4	Die Ableitungen von Exponential- und Logarithmusfunktionen	127
5.5	Das Differential einer Funktion	132
5.6	Die geometrische Bedeutung der Ableitung	139
5.7	Die Regeln von de l'Hospital	146
5.8	Extremstellen differenzierbarer Funktionen, Kurvendiskussion	148
5.9	Aufgaben	155
6	Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen	158
6.1	Flächen und Zerlegungen	158
6.2	Das bestimmte Integral	162
6.3	Eigenschaften des bestimmten Integrals	164
6.4	Der Zusammenhang zwischen Differential- und Integralrechnung	169
6.5	Anwendungen des bestimmten Integrals	174
6.6	Uneigentliche Integrale	179
6.7	Integrationstechniken	182
6.8	Numerische Integration	191

6.9	Anhang: Die Logarithmus- und die Exponentialfunktion . . .	195
6.10	Aufgaben	198
7	Taylor-Entwicklung und Reihen	200
7.1	Approximation durch Taylor-Polynome	200
7.2	Folgen	210
7.3	Reihen	215
7.4	Potenzreihen	223
7.5	Aufgaben	233
8	Vektoren	236
8.1	Vektoren im Raum	236
8.2	Komponenten und Koordinaten	240
8.3	Skalarprodukt in \mathcal{V}_3	244
8.4	Vektorprodukt	250
8.5	Analytische Geometrie	254
8.6	Lineare Räume	259
8.7	Lineare Unabhängigkeit, Dimension	267
8.8	Skalarprodukt in \mathbb{R}^n	272
8.9	Aufgaben	276
9	Matrizen	280
9.1	Matrizenalgebra	280
9.2	Assoziierte Matrizen	285
9.3	Lineare Abbildungen	288
9.4	Basistransformationen	293
9.5	Aufgaben	298
10	Determinanten und lineare Gleichungssysteme	301
10.1	Spezialfall: zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten	302
10.2	Definition einer n-reihigen Determinante	303
10.3	Rechenregeln für Determinanten	308
10.4	Zur Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	314
10.5	Das Gauß-Jordan-Verfahren	316

x	Inhaltsverzeichnis	
10.6	Das Eigenwertproblem	323
10.7	Aufgaben	330
11	Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher	333
11.1	Darstellung von Funktionen mehrerer Veränderlicher	333
11.2	Partielle Ableitungen	339
11.3	Die Kettenregel für partielle Ableitungen	342
11.4	Das totale Differential	347
11.5	Mittelwertsatz und Taylor-Formel	354
11.6	Extremstellen	357
11.7	Extremstellen unter Nebenbedingungen	362
11.8	Aufgaben	366
12	Integralrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher	370
12.1	Kurvenintegrale	370
12.2	Differentialformen und Stammfunktionen	378
12.3	Bereichsintegrale	387
12.4	Variablentransformation bei Bereichsintegralen	394
12.5	Aufgaben	403
13	Gewöhnliche Differentialgleichungen	407
13.1	Grundlegende Begriffe	407
13.2	Zur Lösbarkeit von Differentialgleichungen erster Ordnung	410
13.3	Lösungsmethoden für Differentialgleichungen erster Ordnung	412
13.4	Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	419
13.5	Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung	422
13.6	Randwert- und Eigenwertprobleme	439
13.7	Systeme von Differentialgleichungen	443
13.8	Aufgaben	448
Sachverzeichnis	452