

Inhaltsverzeichnis

0	Bezeichnungen und mengentheoretische Grundlagen	1
1	Metrische Räume	7
A	Grundlegende Definitionen und Beispiele	7
B	Offene und abgeschlossene Mengen, Umgebungen	9
C	Stetige Abbildungen	11
D	Konvergente Folgen	15
E	Trennungseigenschaften in Metrischen Räumen	17
	Aufgaben	18
2	Topologische Räume und stetige Abbildungen	21
A	Topologische Räume	21
B	Umgebungen	25
C	Stetige Abbildungen	29
	Aufgaben	33
3	Erzeugung topologischer Räume	37
A	Unterraumtopologie, Produkttopologie	37
B	Initialtopologie	42
C	Finaltopologie, Quotiententopologie	44
D	Identifizierungstopologie, Zusammenkleben von topologischen Räumen	45
E	Mannigfaltigkeiten und topologische Gruppen	52
	Aufgaben	57
4	Zusammenhängende Räume	63
A	Zusammenhängende Räume	63
B	Wegzusammenhang, Lokaler Zusammenhang	69
	Aufgaben	70

5	Filter und Konvergenz	73
	A Folgen	73
	B Netze	75
	C Filter	77
	Aufgaben	80
6	Trennungseigenschaften	83
	A Trennungseigenschaften topologischer Räume	83
	B Vererbbarkeit von Trennungseigenschaften	88
	C Fortsetzung stetiger Abbildungen	92
	Aufgaben	94
7	Normale Räume	95
	A Das Lemma von Urysohn	95
	B Fortsetzung stetiger Abbildungen	98
	C Lokal-endliche Systeme und Partitionen der Eins	100
	Aufgaben	103
8	Kompakte Räume	105
	A Kompakte Räume	105
	B Lokalkompakte Räume	109
	C Andere Kompaktheitsbegriffe	112
	Aufgaben	115
9	Satz von Stone-Weierstraß	119
	Aufgaben	124
10	Parakompakte Räume und Metrisationssätze	127
	A Parakompakte Räume	127
	B Metrisationssätze	131
	Aufgaben	134
11	Uniforme Räume	135
	A Uniforme Räume	135
	B Gleichmäßig stetige Abbildungen	141
	C Konstruktion uniformer Räume	142
	D Uniformisierung	145
	Aufgaben	150
12	Vervollständigung und Kompaktifizierung	153
	A Vervollständigung uniformer Räume	153
	B Kompaktifizierung vollständig regulärer Räume	160
	Aufgaben	165

13 Vollständige, Polnische und Baire'sche Räume	167
A Vollständige Räume	167
B Vollständige metrische Räume	169
C Polnische Räume	171
D Baire'sche Räume	173
E Anwendungen des Baire'schen Satzes	176
Aufgaben	179
14 Funktionenräume	183
A Die uniforme Struktur der \mathcal{S} -Konvergenz	183
B Kompakt-offene Topologie	188
C Gleichgradige Stetigkeit und Satz von Arzéla-Ascoli	191
Aufgaben	195
15 Ringe stetiger, reellwertiger Funktionen	197
A Z -Mengen und Z -Filter	197
B Stone-Čech-Kompaktifizierung	201
Aufgaben	205
16 Topologische Gruppen	207
A Grundbegriffe der Gruppentheorie	207
B Topologische Gruppen	213
C Untergruppen und Quotientengruppen	220
Aufgaben	226
17 Zur Integrationstheorie	231
A Integral	231
B Messbare Mengen	235
C Reelle L^p -Räume	237
D Der duale Raum zu L^p	239
E Integration auf lokalkompakten Räumen	243
F Komplexwertige reguläre Maße	246
Aufgaben	249
18 Banachräume und Banachalgebren	251
A Banachräume	251
B Beschränkte lineare Transformationen	253
C Lineare Funktionale und der konjugierte Raum	256
D Maximale Ideale in Ringen und Algebren	260
E Spektrum, Inverse und Adverse	262
F Gelfand'sche Theorie kommutativer Banachalgebren	264
Aufgaben	267

19 Invariante Integration auf lokalkompakten Gruppen	269
A Konstruktion des Haar'schen Integrales	269
B Faltung und 1. Eindeutigkeitsbeweis	276
C 2. Eindeutigkeitsbeweis nach Weil-von Neumann	280
D Eigenschaften des Haar'schen Integrales	282
E Die Modulfunktion	283
F Die Gruppenalgebra	287
Aufgaben	294
20 Die duale Gruppe	299
A Die Charaktergruppe	299
B Die Charaktere lokalkompakter abelscher Gruppen	307
C Die Fourier-Stieltjes Transformierten	309
D Positiv-definite Funktionen und Inversionssatz	313
E Pontryagin'scher Dualitätssatz und Anwendungen	322
Aufgaben	324
21 Zur historischen Entwicklung der mengentheoretischen Topologie	327
A Anmerkungen zu Kapitel 1-3	327
B Anmerkungen zu Kapitel 4, 6-8	328
C Anmerkungen zu Kapitel 5	331
D Anmerkungen zu Kapitel 10	331
E Anmerkungen zu Kapitel 9, 11 und 14	332
F Anmerkungen zu Kapitel 12, 13 und 15	333
Diagramm	335
Literaturverzeichnis	337
Index	343
Symbole	351