

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Descartes' Entdeckung</b> .....	1
1.1	Lokale und globale Koordinaten in 2D .....	2
1.2	Der Übergang von globalen auf lokale Koordinaten .....	7
1.3	Lokale und globale Koordinaten in 3D .....	8
1.4	Wir verlassen den Quader .....	10
1.5	Wie man Koordinaten erhält .....	11
1.6	Aufgaben .....	13
<b>2</b>	<b>Hier und Dort: Punkte und Vektoren in 2D</b> .....	15
2.1	Punkte und Vektoren .....	16
2.2	Wo liegen die Unterschiede? .....	18
2.3	Vektorfelder .....	20
2.4	Wie Punkte kombiniert werden .....	22
2.5	Die Länge eines Vektors .....	24
2.6	Lineare Unabhängigkeit .....	27
2.7	Das Skalarprodukt .....	28
2.8	Ungleichungen .....	33
2.9	Aufgaben .....	34
<b>3</b>	<b>Geraden in 2D</b> .....	35
3.1	Definition der Geraden .....	35
3.2	Die Parameterdarstellung einer Geraden .....	37
3.3	Die implizite Darstellung einer Geraden .....	39
3.4	Die explizite Darstellung einer Geraden .....	42
3.5	Konvertierung zwischen parametrischer und impliziter Darstellung .....	43
3.5.1	Umwandlung von parametrisch zu implizit .....	43
3.5.2	Umwandlung von implizit zu parametrisch .....	44
3.6	Der Abstand eines Punktes zu einer Geraden .....	46
3.6.1	Abstandsberechnung bei impliziter Darstellung .....	46
3.6.2	Abstandsberechnung für eine parametrische Darstellung .....	48
3.7	Der Lotfußpunkt .....	50
3.8	Treffpunkte: Zur Berechnung von Schnittpunkten .....	51
3.8.1	Parametrische und implizite Darstellung .....	52

3.8.2	Zwei parametrische Darstellungen	54
3.8.3	Zwei implizite Darstellungen	56
3.9	Aufgaben	57
<b>4</b>	<b>Lineare Abbildungen in 2D</b>	<b>59</b>
4.1	Schiefes Zielgebiet	60
4.2	Die Matrixdarstellung	61
4.3	Weiteres über Matrizen	63
4.4	Skalierungen	66
4.5	Spiegelungen	68
4.6	Rotationen	70
4.7	Scherungen	71
4.8	Projektionen	73
4.9	Flächeninhalte und lineare Abbildungen: Determinanten	76
4.10	Hintereinanderschaltung linearer Abbildungen	79
4.11	Weiteres über Matrixmultiplikation	83
4.12	Weitere Gesetze der Matrixarithmetik	84
4.13	Aufgaben	85
<b>5</b>	<b>Lineare Systeme der Dimension <math>2 \times 2</math></b>	<b>87</b>
5.1	Koordinatentransformationen	88
5.2	Die Matrixdarstellung	89
5.3	Ein direkter Ansatz: die Cramer'sche Regel	90
5.4	Gauß-Elimination	91
5.5	Invertierung von Abbildungen und Matrizen	93
5.6	Unlösbare Systeme	100
5.7	Unterbestimmte Systeme	100
5.8	Homogene Systeme	101
5.9	Numerische Strategien: Pivotelemente	102
5.10	Bestimmung einer Abbildung	104
5.11	Aufgaben	104
<b>6</b>	<b>Dinge in Bewegung setzen:</b>	
	<b>Affine Abbildungen</b>	<b>107</b>
6.1	Affine und lineare Abbildungen	107
6.2	Translationen	109
6.3	Allgemeinere affine Abbildungen	110
6.4	Dreiecke auf Dreiecke abbilden	112
6.5	Hintereinanderausführung affiner Abbildungen	114
6.6	Aufgaben	118
<b>7</b>	<b>Eigenwerte und Eigenvektoren</b>	<b>121</b>
7.1	Fixierte Richtungen	122
7.2	Eigenwerte	123
7.3	Eigenvektoren	125

7.4	Spezialfälle	126
7.5	Die Geometrie symmetrischer Matrizen	128
7.6	Wiederholte Anwendung von Abbildungen	130
7.7	Die Konditionszahl einer Abbildung	132
7.8	Eigenwerte und Eigenvektoren in höheren Dimensionen	133
7.9	Aufgaben	134
<b>8</b>	<b>Teile des Ganzen: Dreiecke</b>	<b>137</b>
8.1	Baryzentrische Koordinaten	138
8.2	Affine Invarianz	140
8.3	Einige besondere Punkte	141
8.4	2D-Triangulierungen	143
8.5	Eine Datenstruktur einer Triangulierung	144
8.6	Ortsbestimmung	146
8.6.1	Algorithmus zur Ortsbestimmung	146
8.7	3D-Triangulierungen	147
8.8	Aufgaben	148
<b>9</b>	<b>Kegelschnitte</b>	<b>151</b>
9.1	Der allgemeine Kegelschnitt	152
9.2	Die Analyse von Kegelschnitten	155
9.3	Die Lage eines Kegelschnitts	157
9.4	Aufgaben	159
<b>10</b>	<b>3D-Geometrie</b>	<b>161</b>
10.1	Von 2D nach 3D	161
10.2	Das Kreuzprodukt	164
10.3	Geraden	169
10.4	Ebenen	170
10.5	Das Spatprodukt	175
10.6	Aufgaben	176
<b>11</b>	<b>Begegnungen in 3D</b>	<b>179</b>
11.1	Der Abstand eines Punktes von einer Ebene	180
11.2	Der Abstand zwischen zwei Geraden	181
11.3	Schnitte von Geraden und Ebenen	183
11.4	Schnittbildung zwischen einem Dreieck und einer Geraden	185
11.5	Reflexionen von Geraden an Ebenen	186
11.6	Schnittbildung zwischen drei Ebenen	187
11.7	Schnittbildung zweier Ebenen	189
11.8	Aufgaben	190

<b>12</b>	<b>Lineare Abbildungen in 3D</b> .....	193
12.1	Matrizen und lineare Abbildungen .....	194
12.2	Skalierungen .....	195
12.3	Spiegelungen .....	197
12.4	Scherungen .....	198
12.5	Projektionen .....	201
12.6	Rotationen .....	203
12.7	Volumen und lineare Abbildungen: Determinanten .....	208
12.8	Hintereinanderausführung linearer Abbildungen .....	210
12.9	Invertierung von Matrizen .....	213
12.10	Aufgaben .....	213
<b>13</b>	<b>Affine Abbildungen in 3D</b> .....	215
13.1	Affine Abbildungen .....	215
13.2	Translationen .....	217
13.3	Die Abbildungen von Tetraedern .....	218
13.4	Projektionen .....	221
13.5	Homogene Koordinaten und perspektivische Abbildungen .....	226
13.6	Aufgaben .....	231
<b>14</b>	<b>Lineare Systeme allgemeiner Form</b> .....	233
14.1	Die Problemstellung .....	234
14.2	Die Lösung durch Gauß-Elimination .....	236
14.3	Determinanten .....	242
14.4	Iterative Lösungsmethoden .....	243
14.5	Überbestimmte Systeme .....	245
14.6	Inverse Matrizen .....	247
14.7	Die LU-Zerlegung .....	250
14.8	Aufgaben .....	253
<b>15</b>	<b>Streckenzüge und Polygone</b> .....	255
15.1	Streckenzüge .....	255
15.2	Polygone .....	257
15.3	Konvexität .....	258
15.4	Spezielle Polygone .....	260
15.5	Ungewöhnliche Polygone .....	261
15.6	Drehwinkel und Windungszahl .....	263
15.7	Flächeninhalte .....	265
15.8	Test auf Ebenheit .....	267
15.9	Innen oder Außen? .....	268
	15.9.1 Das Strahlverfahren .....	269
	15.9.2 Das Windungszahlverfahren .....	270
15.10	Aufgaben .....	271

<b>16 Kurven</b> .....	273
16.1 Parametrische Kurven .....	273
16.2 Eigenschaften von Bézierkurven .....	276
16.3 Die Matrixform .....	278
16.4 Ableitungen .....	280
16.5 Zusammengesetzte Kurven .....	281
16.6 Die Geometrie ebener Kurven .....	282
16.7 Bewegung entlang einer Kurve .....	284
16.8 Aufgaben .....	286
<b>A Eine kurze Einführung in PostScript</b> .....	287
A.1 Ein Beispiel zum Aufwärmen .....	287
A.2 Ein Überblick .....	291
A.3 Affine Abbildungen .....	292
A.4 Variable .....	293
A.5 Schleifen .....	294
A.6 CTM .....	295
<b>B Lösungen ausgewählter Probleme</b> .....	299
<b>Literatur</b> .....	315
Deutsche Literatur .....	316
<b>Index</b> .....	317