

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 9. Gewöhnliche Differentialgleichungen	1
§1. Einführung	1
1.1 Grundbegriffe – 1.2 Anfangswertprobleme – 1.3 Geometrische Bedeutung der DGL 1. Ordnung	
§2. Spezielle Differentialgleichungen 1. Ordnung	10
2.1 Exakte Differentialgleichungen – 2.2 Trennbare Differentialgleichungen – 2.3 Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung – 2.4 Der integrierende Faktor – 2.5 Integration durch Substitution – 2.6 Integration durch Differentiation – Aufgaben	
§3. Spezielle Differentialgleichungen 2. Ordnung	34
3.1 Lineare DGLn 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten – 3.2 Komplexifizierung und die komplexe Exponentialfunktion – 3.3 Ein Fundamentalsystem für die homogene lineare DGL – 3.4 Die Lösungen der inhomogenen DGL – 3.5 Lineare mechanische Schwingungen – 3.6 Der RCL-Schwingkreis – 3.7 Die DGL vom Typ $y'' = f(x, y')$ – 3.8 Die DGL vom Typ $y'' = f(y, y')$ – Aufgaben	
§4. Existenzsätze	50
4.1 Der Existenz-Satz von Peano – 4.2 Die L-Bedingung – 4.3 Approximation durch Picard-Iteration – 4.4 Die stetige Abhängigkeit der Lösung von den Anfangswerten – 4.5 Die stetige Abhängigkeit der Lösung von der rechten Seite – Aufgaben	
§5. Numerische Lösung des Anfangswertproblems 1. Ordnung	57
5.1 Einschrittverfahren – 5.2 Fehlerabschätzungen – 5.3 Schrittweitenkontrolle – Aufgaben	
§6. Die Laplace-Transformation	64
6.1 Grundlagen – 6.2 Rechenregeln – 6.3 Anwendungen – 6.4 Die Dirac-Deltafunktion – 6.5 L-Tabelle. Allgemeine Regeln und wichtige Korrespondenzen – Aufgaben	
§7. Lösung mittels Potenzreihenansatz	84
7.1 Der Potenzreihenansatz – 7.2 Der modifizierte Ansatz – 7.3 Die Bessel-DGL – 7.4 Die Legendre-DGL – Aufgaben	
§8. DGL-Systeme und DGLn höherer Ordnung	93
8.1 Grundsätzliches, Beispiele – 8.2 Der EE-Satz – 8.3 Lineare DGL-Systeme, die Grundprinzipien – 8.4 Lineare DGLn n -ter Ordnung – Aufgaben	

§9. Lineare DGL-Systeme mit konstanten Koeffizienten	110
9.1 Die Schur-Normalform und Hauptvektoren – 9.2 Die Matrix-Exponentialfunktion – 9.3 Die allgemeine Lösung, Fundamentalsysteme – 9.4 Lösungsbasis mit Eigen- und Hauptvektoren – 9.5 Der Fall $n = 2$ – 9.6 Das inhomogene lineare DGL-System – 9.7 Die Eliminationsmethode – 9.8 Die homogene lineare DGL n -ter Ordnung – 9.9 Die inhomogene lineare DGL n -ter Ordnung – Aufgaben	
§10. Stabilität, periodische Lösungen	133
10.1 Autonome Systeme – 10.2 Ebene autonome Systeme, die Phasen-DGL – 10.3 Stabilität – 10.4 Ausblick: Periodische Lösungen ebener autonomer Systeme – Aufgaben	
§11. Rand- und Eigenwertprobleme	159
11.1 Einführung – 11.2 Das lineare RWP für DGL-Systeme – 11.3 Das lineare RWP für DGLn n -ter Ordnung – 11.4 Eigenwertprobleme (an Beispielen) – 11.5 Das Sturm-Liouville-EWP – 11.6 Singuläre RWP und EWP – Aufgaben	
Kapitel 10. Funktionentheorie	178
§1. Punktmengen in der komplexen Ebene	184
1.1 Die komplexe Ebene – 1.2 Gebiete – 1.3 Randpunkte, Häufungspunkte – 1.4 Zahlenfolgen – 1.5 Die Zahlenkugel; der Punkt ∞ – Aufgaben	
§2. Einige elementare Funktionen	184
2.1 Funktionen, Abbildungen – 2.2 Grenzwerte, Stetigkeit – 2.3 Die komplexe Exponentialfunktion – 2.4 Der komplexe Logarithmus – 2.5 Allgemeine Potenzen – 2.6 Die trigonometrischen Funktionen – 2.7 Die hyperbolischen Funktionen – 2.8 Die Quadratwurzel $w = \sqrt{z}$ – 2.9 n -te Wurzeln – Aufgaben	
§3. Gebrochen-lineare Funktionen	197
3.1 Die gebrochen-linearen Funktionen oder Möbius-Transformationen – 3.2 Kreis-, Winkel- und Orientierungstreue – 3.3 Die 6-Punkte-Formel – 3.4 Symmetrische Punkte – Aufgaben	
§4. Potenzreihen	207
4.1 Unendliche Reihen – 4.2 Potenzreihen – 4.3 Gleichmäßige Konvergenz – Aufgaben	
§5. Differentiation, analytische Funktionen	211
5.1 Definition und Rechenregeln – 5.2 Die Cauchy-Riemann-Differentialgleichungen – 5.3 Die geometrische Deutung der Ableitung – 5.4 Die physikalische Deutung der Ableitung: Das komplexe Potential – Aufgaben	

§6. Integration	222
6.1 Grundlagen – 6.2 Rechenregeln – 6.3 Der Cauchy-Integralsatz – 6.4 Die Cauchy-Integralformel – 6.5 Vorgabe von Funktionswerten – Aufgaben	
§7. Anwendungen der Cauchy-Integralformel	234
7.1 Vorbereitung: Der Trick mit der geometrischen Reihe – 7.2 Die Taylor-Reihe einer analytischen Funktion – 7.3 Der Fundamentalsatz der Algebra – 7.4 Die Mittelwerteigenschaft analytischer Funktionen – 7.5 Das Maximumprinzip – Aufgaben	
§8. Harmonische Funktionen und das Dirichlet-Problem	242
8.1 Harmonische Funktionen – 8.2 Die praktische Bestimmung ei- nes komplexen Potentials zu vorgegebener Potentialfunktion – 8.3 Die Mittelwerteigenschaft harmonischer Funktionen – 8.4 Das Maximum- prinzip für harmonische Funktionen – 8.5 Das Dirichlet-Problem – 8.6 Lösung des Dirichlet-Problems in beliebigen Gebieten – Aufgaben	
§9. Laurent-Reihen und Singularitäten	253
9.1 Die Laurent-Entwicklung – 9.2 Methoden der Laurent-Entwicklung – 9.3 Isolierte Singularitäten – 9.4 Hebbare Singularitäten – 9.5 Polstel- len – 9.6 Wesentliche Singularitäten – 9.7 Anwendung auf Potential- strömungen – 9.8 Die z-Transformation – Aufgaben	
§10. Residuentheorie	269
10.1 Der Residuensatz – 10.2 Methoden der Residuenberechnung – 10.3 Beispiele zum Residuensatz – 10.4 Berechnung reeller Integrale mit dem Residuensatz – 10.5 Das Null- und Polstellen zählende Integral – Aufgaben	
Kapitel 11. Fourier-Analysis	285
§1. Trigonometrische Polynome und Reihen	278
1.1 Periodische Funktionen – 1.2 Trigonometrische Polynome – 1.3 Tri- gonometrische Reihen – 1.4 Das Fundamentalbeispiel – 1.5 Aus dem Fundamentalbeispiel abgeleitete Reihen – Aufgaben	
§2. Fourier-Reihen	296
2.1 Die Fourier-Reihe einer Funktion – 2.2 Rechenregeln – 2.3 Die Bessel-Ungleichung – 2.4 Methoden der Fourier-Entwicklung – Aufgaben	
§3. Konvergenz der Fourier-Reihe	314
3.1 Vollständigkeit und Eindeutigkeit – 3.2 Der Darstellungssatz – 3.3 Konvergenz im quadratischen Mittel – 3.4 F-Tabelle. Elementare Fourier-Reihen – Aufgaben	

§4. Anwendungen (an Beispielen)	320
4.1 Periodische Lösungen linearer DGLn mit konstanten Koeffizienten und periodischer rechter Seite – 4.2 Lösung partieller DGLn durch Trennung der Variablen – 4.3 Näherungsformeln, Approximation – 4.4 Harmonische Balance – 4.5 Auflösung trigonometrischer Gleichungen – Aufgaben	
§5. Diskrete Fourier-Analysis	326
5.1 Endliche diskrete Fourier-Transformation (DFT) – 5.2 Schnelle Fourier-Transformation (FFT) – 5.3 Anwendungen – Aufgaben	
§6. Die Fourier-Transformation	337
6.1 Grundlagen – 6.2 Rechenregeln – 6.3 Die Konvergenz und Eindeu- tigkeit der Fourier-Transformation – 6.4 Anwendungen – Aufgaben	
Kapitel 12. Partielle Differentialgleichungen	358
§1. Einführung	358
1.1 Grundbegriffe – 1.2 Beispiele – 1.3 Die lineare PDG 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten – 1.4 Die eindimensionale Wellengleichung – 1.5 Nebenbedingungen – Aufgaben	
§2. Partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung	364
2.1 Ergänzungen zu autonomen DGL-Systemen: Erste Integrale – 2.2 Lineare partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung – 2.3 Quasi- lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung – Aufgaben	
§3. Lineare und quasilineare PDGn 2. Ordnung	375
3.1 Klassifikation – 3.2 Die Reduktion auf Normalform – Aufgaben	
§4. Trennung der Variablen	380
4.1 Spezielle Ansätze – 4.2 Die additive Trennung – 4.3 Die Tren- nung der Variablen – 4.4 Wärmeleitung – 4.5 Die schwingende Saite – 4.6 Das Dirichlet-Problem – 4.7 Die schwingende Kreismembran – 4.8 Fourier-Integral statt Fourier-Reihe – Aufgaben	
§5. Lösungen mit Laplace- und Fourier-Transformation	396
§6. Lösungen mit Green-Funktion	398
6.1 Die Delta-Funktion – 6.2 Die Deutung von Integralkernen mit δ – 6.3 Die Lösungsmethode mit Green-Funktionen – 6.4 Wärmeleitung im beidseitig unbegrenzten Stab – 6.5 Die Wellengleichung – 6.6 Die Poisson-Gleichung in der Ebene – 6.7 Ausblick	
Kapitel 13. Variationsrechnung	405
§1. Funktionale und die Gâteaux-Variation	405
1.1 Funktionale – 1.2 Die Gâteaux-Variation	

§2. Die Euler-Differentialgleichung für $I(y) = \int_a^b F(x, y, y') dx$	409
2.1 Vorbereitung – 2.2 Die Euler-Lagrange-Differentialgleichung –	
2.3 Sonderfälle – Aufgaben	
§3. Natürliche Randbedingungen, Transversalitätsbedingung	418
3.1 Die natürliche Randbedingung – 3.2 Die Transversalitätsbedingung	
– 3.3 Modifizierte Randbedingungen – Aufgaben	
§4. Variationsaufgaben mit allgemeineren Funktionalen	423
4.1 Der Integrand enthält höhere Ableitungen – 4.2 Extremalkurven im	
\mathbb{R}^n – Aufgaben	
§5. Variation mit Nebenbedingungen	427
5.1 Allgemeines – 5.2 Isoperimetrische Probleme – 5.3 Nebenbedingun-	
gen in Gleichungsform – Aufgaben	
§6. Variationsrechnung mit Funktionen in mehreren Variablen	432
6.1 In der Ebene – 6.2 Im Raum – Aufgaben	
§7. Das Wechselspiel Variationsaufgaben – Differentialgleichungen	435
7.1 Allgemeines – 7.2 Gewöhnliche Differentialgleichungen – 7.3 Parti-	
elle Differentialgleichungen – Aufgaben	
§8. Direkte Methoden	439
8.1 Die Ritz-Methode – 8.2 Die Galerkin-Methode – Aufgaben	
Literaturverzeichnis	444
Namen- und Sachverzeichnis	447

Verzeichnis der Programme

1. Programm Runge-Kutta	62
Numerische Lösung des Anfangswertproblems $y' = f(x, y)$, $y(x_0) =$ y_0	
2. Programm Routh-Hurwitz	149
Stabilitätstest für Polynome (alle Nullstellen in der linken Halbebene)	
3. Programm Fast-Fourier-Transform	332
Schnelle Fourier-Transformation	