

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	7
I Ziele des Geometrieunterrichts (H.-G. Weigand).....	13
1 Lernziele, Kompetenzen und Leitlinien.....	13
2 Allgemeine Ziele des Geometrieunterrichts	17
2.1 Geometrie und die Erschließung der Welt.....	17
2.2 Grundlagen wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens	21
2.3 Geometrie und Problemlösen	22
3 Inhaltsspezifische Ziele des Geometrieunterrichts.....	24
3.1 Verständnis geometrischer Begriffe und ihrer Eigenschaften	25
3.2 Lernen geometrischer Denk- und Arbeitsweisen	27
3.3 Erkennen der Beziehung zwischen Geometrie und Wirklichkeit ..	28
4 Zur Unterrichtskultur	30
II Beweisen und Argumentieren (G. Wittmann).....	35
1 Beweisen in der Geometrie	36
1.1 Was ist ein Beweis?.....	36
1.2 Funktionen des Beweisens.....	37
1.3 Beweis und Beweisfindung	39
1.4 Beweistypen	42
2 Beweisen und Argumentieren im Unterricht	44
2.1 Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern	44
2.2 Mathematisch argumentieren.....	46
2.3 Inhaltlich-anschauliche Beweise	50
III Konstruieren (M. Ludwig und H.-G. Weigand)	55
1 Konstruktive Zugänge zur Geometrie.....	55
1.1 Spannen von Seilen und Bändern	55
1.2 Falten	57
1.3 Zeichnen	58
2 Die Werkzeuge	59
2.1 Die Klassiker: Zirkel und Lineal	59
2.2 Die Praktischen: Parallelzeichner und Geodreieck	60
2.3 Die Modernen: Computer	62
3 Konstruieren als mathematische Tätigkeit.....	62
3.1 Bedeutung von Zirkel-und-Lineal-Konstruktionen	63
3.2 Was versteht man unter Konstruieren?.....	64
3.3 Konstruktionsbeschreibungen.....	66

4	Vom Einfachen zum Komplexen.....	68
4.1	Grund- und Standardkonstruktionen.....	68
4.2	Das Modulkonzept.....	70
5	Didaktische Bedeutung von Konstruktionsaufgaben	71
5.1	Konstruieren als Problemlösen	71
5.2	Warum Zirkel-und-Lineal-Konstruktionen?.....	74
5.3	Konstruktionen mit dem Computer	76
IV	Problemlösen (G. Wittmann).....	81
1	Problemlösen im Geometrieunterricht	82
1.1	Was ist ein Problem?	82
1.2	Schritte im Problemlöseprozess.....	85
1.3	Ziele des Problemlösens	86
2	Problemlösen lehren und lernen.....	90
2.1	Allgemeine heuristische Strategien	90
2.2	Inhaltsspezifische heuristische Strategien	94
2.3	Hilfen im Lösungsprozess	97
V	Begriffslernen und Begriffslehren (H.-G. Weigand).....	99
1	Zum Prozess der Begriffsbildung	99
1.1	Mentale Modelle.....	100
1.2	Phänomene als Ausgangspunkte.....	101
2	Lernen geometrischer Begriffe	103
2.1	Aufbau angemessener Vorstellungen	103
2.2	Erwerb von Kenntnissen.....	109
2.3	Aneignung von Fähigkeiten.....	110
3	Das Definieren geometrischer Begriffe	111
3.1	Logische Aspekte von Definitionen	111
3.2	Definitionen im Geometrieunterricht.....	113
3.3	Genetische und charakterisierende Definitionen	114
4	Strategien des Begriffslehrens	115
4.1	Kurzfristiges Lehren geometrischer Begriffe	116
4.2	Mittelfristiges Lehren geometrischer Begriffe.....	117
4.3	Langfristiges Lehren geometrischer Begriffe	119
VI	Ebene Figuren und Körper (J. Roth und G. Wittmann).....	123
1	Lehren und Lernen von Figuren und Körpern	123
1.1	Interne und externe Bezüge	123
1.2	Bedeutung operativer Begriffsbildungen.....	124
2	Dreiecke.....	126
2.1	Dreiecke als Grundbausteine	127
2.2	Dreiecksgrundformen	129

3	Vierecke.....	133
3.1	Begriffsumfang der Vierecksbegriffe.....	133
3.2	Viereckseigenschaften und Haus der Vierecke.....	135
4	Körper.....	139
4.1	Lernen der Körpergrundformen.....	140
4.2	Körpermodelle und -netze	144
5	Raumvorstellung und Kopfgeometrie.....	147
5.1	Raumvorstellung.....	147
5.2	Kopfgeometrie.....	151
VII	Flächeninhalt und Volumen (S. Kuntze).....	157
1	Messen als Leitidee für Flächeninhalts- und Volumenbestimmung ..	158
1.1	Ziele	158
1.2	Flächen- und Volumenmessung im Laufe der Schuljahre	159
1.3	Aspekte des Messens.....	159
1.4	Kontexte des Messens	161
2	Flächeninhaltsbegriff und Volumenbegriff.....	166
2.1	Flächeninhalte und Volumina als Größenbereiche	167
2.2	Flächeninhaltsbegriff.....	168
2.3	Auslegen bzw. Ausfüllen.....	172
2.4	Zerlegen und Ergänzen.....	174
2.5	Flächen- und Körperverwandlungen	177
2.6	Approximieren von Flächen- und Rauminhalten.....	179
2.7	Zusammenhänge: Flächeninhalts- und Volumenformeln	182
2.8	Funktionale Zusammenhänge bei Flächeninhaltsformeln	183
3	Ausblicke	184
VIII	Symmetrie und Kongruenz (B. Schmidt-Thieme und H.-G. Weigand)	187
1	Mathematische Grundlagen von Symmetrie und Kongruenz	187
1.1	Symmetrie.....	187
1.2	Kongruenzabbildungen.....	189
1.3	Kongruenz	190
2	Symmetrie als Umweltphänomen	190
3	Zum Lernen des Symmetriebegriffs	192
4	Der Symmetriebegriff zu Beginn der Sekundarstufe I.....	196
4.1	Symmetrische Figuren.....	196
4.2	Achsen Spiegelung.....	198
4.3	Anwendungen der Symmetrie	199
5	Kongruenz.....	203
5.1	Bedeutung von Abbildungen	203
5.2	Zugänge zum Kongruenzbegriff.....	204
5.3	Begründungen der Kongruenzsätze	206

5.4 Kongruenzbeweise versus Abbildungsbeweise	208
5.5 Symmetrie und Kongruenz im Raum	210
IX Ähnlichkeit (R. Hölzl)	215
1 Ähnlichkeit in Figuren	216
1.1 Phänomen „Ähnlichkeit“	216
1.2 Die Strahlensätze	220
1.3 Die Umkehrung der Strahlensätze	223
2 Ähnlichkeitsabbildungen	225
2.1 Geometrische Abbildungen	225
2.2 Die zentrische Streckung	227
2.3 Die Ähnlichkeitssätze	229
3 Anwendungen der Ähnlichkeitslehre	230
3.1 Der Satz des Pythagoras	230
3.2 Die Seitenhalbierenden eines Dreiecks	233
3.3 Der Goldene Schnitt	234
3.4 Ausblick	237
X Trigonometrie (A. Filler)	239
1 Bedeutung der Trigonometrie in der Sekundarstufe I	240
1.1 Bezüge zu früheren Inhalten des Mathematikunterrichts	240
1.2 Algebraisierung: Von Konstruktionen zu Berechnungen	241
1.3 Mit Dreiecken Konstruktions- und Vermessungsprobleme lösen	243
2 Einstiege in die Trigonometrie	244
2.1 Vergleich zweier Einstiege	244
2.2 Sinus, Kosinus und Tangens am rechtwinkligen Dreieck	246
3 Eigenschaften und Anwendungen von Sinus, Kosinus und Tangens	250
3.1 Näherungswerte bestimmen und auswerten	250
3.2 Exakte Bestimmung einiger Funktionswerte	251
3.3 Zusammenhänge zwischen Sinus, Kosinus und Tangens	252
3.4 Lösen von Übungs- und Anwendungsaufgaben	253
3.5 Berechnungen in beliebigen Dreiecken	255
3.6 Anwendungen der Trigonometrie in der Raumgeometrie	256
4 Trigonometrische Funktionen	258
4.1 Sinus, Kosinus und Tangens für beliebige Winkelgrößen	258
4.2 Graphen der trigonometrischen Funktionen	260
5 Ausblicke	262
XI Geometrie und Geometrieunterricht (H.-G. Weigand)	265
1 Geometrie als „Erdmessung“	266
1.1 Geometrie als praktische Lebenshilfe	266
1.2 Geometrie und die Darstellung unserer Umwelt	266

2	Geometrie und die Macht des Denkens	267
2.1	Thales von Milet.....	267
2.2	Pythagoras von Samos.....	268
2.3	Platon.....	268
3	Die Elemente des Euklid.....	269
3.1	Definitionen.....	270
3.2	Postulate	270
3.3	Axiome	271
4	Hilberts Grundlagen der Geometrie.....	272
4.1	Zum Wesen mathematischer Objekte.....	272
4.2	Axiome	273
4.3	Euklid versus Hilbert.....	274
5	Der Geometrieunterricht – Hin zu Euklid.....	275
5.1	Praktischer Aspekt.....	275
5.2	Schule des Denkens.....	276
6	Der Geometrieunterricht – Weg von Euklid.....	277
6.1	Bewegliche Geometrie	277
6.2	Abbildungsgeometrie.....	278
6.3	Kongruenzgeometrie	279
6.4	Aktuelle Strömungen.....	280
	Literatur:.....	283
	Stichwortverzeichnis	301