

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundbegriffe der Mathematik und Algebraische Strukturen

1	Mathematische Grundbegriffe	3
1.1	Logische Zeichen	3
1.2	Elemente der Mengenlehre	4
1.3	Relationen	15
1.4	Korrespondenzen, Abbildungen und Verknüpfungen	21
1.5	Mächtigkeiten, Kardinalzahlen	27
1.6	Boolesche Funktionen und Prädikate	35
1.7	Graphen	51
2	Klassische algebraische Strukturen	59
2.1	Halbgruppen	60
2.2	Gruppen	66
2.3	Ringe und Körper	82
2.4	Verbände und Boolesche Algebren	93

Teil II Lineare Algebra und analytische Geometrie

3	Lineare Gleichungssysteme, Determinanten und Matrizen ..	107
3.1	Determinanten	108
3.2	Matrizen	126
3.3	Rang von Matrizen	139
3.4	Lösbarkeitskriterien und Lösungsverfahren für LGS	143
4	Vektorräume über einem Körper K	157
4.1	Die Definition eines Vektorraums über K , Beispiele	157
4.2	Untervektorräume	161
4.3	Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit	164
4.4	Basen	166

4.5	Lineare Unabhängigkeit und Basen über einem Untervektorraum	174
4.6	Dimensionssätze, Isomorphie	178
4.7	Koordinaten, Basistransformationen	180
4.8	Anwendungen für Vektoren aus \vec{V}_2 bzw. \vec{V}_3	183
5	Affine Räume	189
5.1	Die Definition eines affinen Raumes, Beispiele	189
5.2	Koordinaten und Koordinatensysteme	191
5.3	Affine Unterräume	192
5.4	Schnitt und Verbindung affiner Räume	196
5.5	Parallele affine Unterräume	197
6	Vektorräume mit Skalarprodukt (unitäre und euklidische VRe)	199
6.1	Das Skalarprodukt in \vec{V}_2 bzw. \vec{V}_3	199
6.2	Das Skalarprodukt in Vektorräumen über den Körpern \mathbb{R} oder \mathbb{C}	210
6.3	Norm (Betrag) von Vektoren	218
6.4	Winkel zwischen Vektoren	221
6.5	Orthogonalität	221
6.6	Das Vektorprodukt	231
7	Euklidische und unitäre affine Punkträume	241
7.1	Abstandsmessung	241
7.2	Winkel- und Volumenmessung in euklidischen Punkträumen ..	244
7.3	Koordinatentransformationen in kartesischen Koordinatensystemen	245
8	Eigenwerte, Eigenvektoren und Normalformen von Matrizen	253
8.1	Motivation, Grundbegriffe	253
8.2	Eigenwerte von Matrizen und Nullstellen von Polynomen	259
8.3	Verallgemeinerte Eigenräume	270
8.4	Überführung von symmetrischen Matrizen in Diagonalgestalt ..	279
8.5	Jordansche Normalformen	282
9	Hyperflächen 2. Ordnung	297
9.1	Grundbegriffe	297
9.2	Hauptachsentransformation (Beweis von Satz 9.1.1)	300
9.3	Klassifikation der Kurven 2. Ordnung	316
9.4	Klassifikation der Flächen 2. Ordnung	323

10	Lineare Abbildungen	329
10.1	Allgemeines über lineare Abbildungen	329
10.2	Adjungierte Abbildungen	339
10.3	Normale Abbildungen	341
10.4	Selbstadjungierte und antiselbstadjungierte Abbildungen	344
10.5	Unitäre und orthogonale Abbildungen, Isometrien	345
10.6	Normalformen linearer Abbildungen	346
10.7	Gruppen aus linearen Abbildungen	348
11	Affine Abbildungen	351
11.1	Allgemeines über affine Abbildungen	351
11.2	Gruppen gewisser affiner Abbildungen	354
11.3	Einige Invarianten affiner Abbildungen	355

Teil III Numerische Algebra

12	Einführung in die Numerische Mathematik	361
12.1	Fehlertypen	362
12.2	Fehlerfortpflanzung bei differenzierbaren Funktionen	363
12.3	Maschinenzahlen, Rundungsfehler	366
12.4	Intervallarithmetik	368
13	Gleichungsauflösung	373
13.1	Problemstellung, geometrische Deutung	373
13.2	Der Banachsche Fixpunktsatz	375
13.3	Das Newton-Verfahren, die Regula falsi	379
13.4	Polynomgleichungen	384
13.4.1	Abschätzungen für Polynomnullstellen	384
13.4.2	Das Horner-Schema und das zweizeilige Horner-Schema	385
13.4.3	Verfahren zur Nullstellenberechnung von p_m	388
14	Lineare Gleichungssysteme mit genau einer Lösung	391
14.1	Der Gauß-Algorithmus (mit Pivotisierung)	392
14.2	Vektor- und Matrixnormen	394
14.3	Die Kondition von LGS	397
14.4	Elementare Iterationsverfahren	400
14.4.1	Das Jacobi-Verfahren	400
14.4.2	Das Gauß-Seidel-Verfahren	403
14.4.3	Konvergenzbedingungen	405
14.5	Projektionsverfahren	407
14.5.1	Grundidee der Projektionsverfahren	407
14.5.2	Projektion auf Hyperebenen	409
14.5.3	Gradientenverfahren	410

15 Interpolation	415
15.1 Einführung	415
15.2 Interpolation mit Polynomen	416

Teil IV Übungsaufgaben

16 Übungsaufgaben zum Teil I	423
16.1 Aufgaben zum Kapitel 1	423
16.2 Aufgaben zum Kapitel 2	434
17 Übungsaufgaben zum Teil II	441
17.1 Aufgaben zum Kapitel 3	441
17.2 Aufgaben zum Kapitel 4	446
17.3 Aufgaben zum Kapitel 5	448
17.4 Aufgaben zum Kapitel 6	449
17.5 Aufgaben zum Kapitel 7	452
17.6 Aufgaben zum Kapitel 8	453
17.7 Aufgaben zum Kapitel 9	455
17.8 Aufgaben zum Kapitel 10	457
17.9 Aufgaben zum Kapitel 11	458
18 Übungsaufgaben zum Teil III	461
18.1 Aufgaben zum Kapitel 12	461
18.2 Aufgaben zum Kapitel 13	462
18.3 Aufgaben zum Kapitel 14	463
18.4 Aufgaben zum Kapitel 15	465
Literaturverzeichnis	467
Glossar	473
Index	477