
Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XV
1 Einleitung	1
1.1 Finanzierung	1
1.2 Ökonometrie	3
1.3 Stochastische Analysis	5
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	6
Teil I Zeitreihenmodellierung	9
2 Grundlagen aus der Stochastik	13
2.1 Zufallsvariablen	13
2.2 Gemeinsame und bedingte Verteilungen	21
2.3 Stochastische Prozesse (SP)	26
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	32
3 Autoregressive Moving-Average-Prozesse (ARMA)	41
3.1 Moving-Average und allgemeine lineare Prozesse	41
3.2 Lag-Polynome und Invertierbarkeit	46
3.3 Autoregressive und gemischte Prozesse	50
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	60
4 Spektren stationärer Prozesse	67
4.1 Definition und Interpretation	67
4.2 Gefilterte und lineare Prozesse	73
4.3 Konkrete ARMA-Prozesse	77
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	84

5 Prozesse mit bedingter Heteroskedastizität (ARCH)	89
5.1 Zeitabhängige Heteroskedastizität	89
5.2 ARCH-Modelle	92
5.3 Verallgemeinerungen	95
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	103
 Teil II Stochastische Integrale	 109
6 Wiener-Prozesse (WP)	113
6.1 Von der Irrfahrt zum Wiener-Prozess	113
6.2 Eigenschaften	119
6.3 Funktionen von Wiener-Prozessen	123
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	129
7 Riemann-Integrale	137
7.1 Definition und Satz von Fubini	137
7.2 Riemann-Integration von Wiener-Prozessen	141
7.3 Konvergenz im quadratischen Mittel (iqM)	144
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	147
8 Stieltjes-Integrale	155
8.1 Definition und partielle Integration	155
8.2 Normalverteilung und Autokovarianzen	157
8.3 Standard-Ornstein-Uhlenbeck-Prozess	160
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	163
9 Ito-Integrale	169
9.1 Ein Spezialfall	169
9.2 Allgemeine Ito-Integrale	174
9.3 (Quadratische) Variation	177
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	184
10 Itos Lemma	191
10.1 Univariater Fall	191
10.2 Bivariate Diffusionen mit einem WP	196
10.3 Verallgemeinerung für unabhängige WP	200
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	204

Teil III Anwendungen	209
11 Stochastische Differentialgleichungen (SDG)	213
11.1 Definition und Existenz	213
11.2 Lineare stochastische Differentialgleichungen	217
11.3 Numerische Lösungen	223
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	224
12 Zinsmodelle	235
12.1 Ornstein-Uhlenbeck-Prozess (OUP)	235
12.2 Positive lineare Zinsmodelle	238
12.3 Nichtlineare Modelle	241
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	245
13 Asymptotik integrierter Prozesse	251
13.1 Grenzverteilungen integrierter Prozesse	251
13.2 Schwache Konvergenz von Funktionen	257
13.3 Multivariate Grenzwerttheorie	263
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	267
14 Trends, Integrationstests und Nonsensregressionen	277
14.1 Trendregression	277
14.2 Integrationstests	281
14.3 Nonsensregression	284
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	287
15 Kointegrationsanalyse	295
15.1 Fehlerkorrektur und Kointegration	295
15.2 Kointegrationsregressionen	300
15.3 Testen und Schätzen im Fehlerkorrekturmodell	304
Übungsaufgaben und Lösungsvorschläge	310
Literatur	319
Index	323

Abbildungsverzeichnis

3.1	Simulierte MA(1)-Prozesse	42
3.2	Simulierte AR(1)-Prozesse	52
3.3	Stationaritätsdreieck für AR(2)-Prozesse	55
3.4	Autokorrelogramme für AR(2)-Prozesse	56
3.5	Autokorrelogramme für ARMA(1,1)-Prozesse	59
4.1	Cosinus-Schwingungen unterschiedlicher Frequenzen	68
4.2	Spektren des MA(S)-Prozesses	72
4.3	Konjunkturzyklus	73
4.4	AR(1)-Spektren bei positiver Autokorrelation	79
4.5	AR(1)-Spektren	80
4.6	AR(2)-Spektren	81
4.7	ARMA(1,1)-Spektren	82
4.8	Spektren multiplikativer saisonaler AR-Prozesse	83
5.1	ARCH(1) mit $\alpha_0 = 1$ und $\alpha_1 = 0.5$	95
5.2	ARCH(1) mit $\alpha_0 = 1$ und $\alpha_1 = 0.9$	96
5.3	GARCH(1,1) mit $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = 0.3$ und $\beta_1 = 0.3$	98
5.4	GARCH(1,1) mit $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = 0.3$ und $\beta_1 = 0.5$	99
5.5	IGARCH(1,1)	100
5.6	GARCH(1,1)-M	101
5.7	EGARCH(1,1)	103
6.1	Treppenfunktionen auf dem Intervall $[0,1]$	117
6.2	Simulierte Pfade des WP	120
6.3	WP und Brownsche Bewegung	123
6.4	WP und Brownsche Bewegung mit Drift	124
6.5	WP und Brownsche Brücke	125
6.6	WP und reflektierter WP samt Erwartungswert	126
6.7	WP und geometrische Brownsche Bewegung	127
6.8	Geometrische Brownsche Bewegung samt Erwartungswert	128

XVI Abbildungsverzeichnis

6.9	WP und Maximumsprozess samt Erwartungswert	129
6.10	WP und integrierter WP	130
8.1	Standard-Ornstein-Uhlenbeck-Prozesse	162
9.1	Sinus-Schwingungen unterschiedlicher Frequenz	180
12.1	OUP mit Startwert $X(0) = \mu = 5$	238
12.2	OUP mit Startwert $X(0) = 5.1$ samt Erwartungswertfunktion	239
12.3	Zinsdynamik nach Dothan	241
12.4	Zinsdynamik nach Brennan-Schwartz	242
12.5	Zinsdynamik nach CKLS	243
12.6	OUP und CIR	245
14.1	Linearer Zeittrend	280