

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |    |
|----------|---|----|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b> .....                   | 1  |
| 1.1      | Vom Problem zum Programm .....            | 2  |
| 1.2      | Fehler .....                              | 8  |
| 1.3      | Landau-Symbole .....                      | 19 |
| 1.4      | Elementare Rechentechniken .....          | 20 |
| 1.5      | Aufgaben .....                            | 24 |
| <b>2</b> | <b>Eliminationsverfahren</b> .....        | 27 |
| 2.1      | Das Eliminationsverfahren von Gauß .....  | 28 |
| 2.2      | $LR$ -Zerlegungen .....                   | 31 |
| 2.3      | Pivotisierung .....                       | 35 |
| 2.4      | Das Cholesky-Verfahren .....              | 38 |
| 2.5      | Das Gauß-Jordan-Verfahren .....           | 40 |
| 2.6      | Aufgaben .....                            | 43 |
| <b>3</b> | <b>Störungsrechnung</b> .....             | 45 |
| 3.1      | Metrische und normierte Räume .....       | 45 |
| 3.2      | Normen für Abbildungen und Matrizen ..... | 49 |
| 3.3      | Kondition .....                           | 54 |
| 3.4      | Äquilibrierung .....                      | 56 |
| 3.5      | Aufgaben .....                            | 57 |
| <b>4</b> | <b>Orthogonalisierungsverfahren</b> ..... | 59 |
| 4.1      | $QR$ -Zerlegung .....                     | 59 |
| 4.2      | Pivotisierung und Rangentscheidung .....  | 63 |
| 4.3      | Singulärwertzerlegung einer Matrix .....  | 64 |
| 4.4      | Lineare Ausgleichsrechnung .....          | 66 |
| 4.5      | Aufgaben .....                            | 69 |
| <b>5</b> | <b>Lineare Optimierung</b> .....          | 71 |
| 5.1      | Lineare Programme in Normalform .....     | 71 |
| 5.2      | Polyeder und Ecken .....                  | 73 |
| 5.3      | Das Simplexverfahren .....                | 77 |
| 5.4      | Praktische Realisierung .....             | 82 |
| 5.5      | Dualität .....                            | 84 |

|           |  |     |
|-----------|--|-----|
| 5.6       | Aufgaben   | 86  |
| <b>6</b>  | <b>Iterative Verfahren</b>                         | 87  |
| 6.1       | Der Banachsche Fixpunktsatz                        | 87  |
| 6.2       | Iterationsverfahren für Lineare Gleichungssysteme  | 93  |
| 6.3       | Das Gesamtschrittverfahren                         | 96  |
| 6.4       | Das Einzelschrittverfahren                         | 99  |
| 6.5       | Relaxation   | 101 |
| 6.6       | Aufgaben   | 105 |
| <b>7</b>  | <b>Newton-Verfahren</b>                            | 107 |
| 7.1       | Berechnung von Nullstellen reeller Funktionen      | 107 |
| 7.2       | Konvergenzordnungen                                | 109 |
| 7.3       | Iterationsformeln höherer Ordnung                  | 112 |
| 7.4       | Newton-Verfahren für Systeme                       | 113 |
| 7.5       | Schrittweitensteuerung                             | 117 |
| 7.6       | Aufgaben   | 120 |
| <b>8</b>  | <b>Interpolation mit Polynomen</b>                 | 121 |
| 8.1       | Allgemeines zur Interpolation                      | 121 |
| 8.2       | Auswertung von Polynomen                           | 124 |
| 8.3       | Die Lagrange-Interpolationsformel                  | 129 |
| 8.4       | Hermite-Interpolation                              | 130 |
| 8.5       | Das Interpolationsverfahren von Neville und Aitken | 133 |
| 8.6       | Die Newtonsche Interpolationsformel                | 135 |
| 8.7       | Fehlerabschätzung                                  | 139 |
| 8.8       | Aufgaben   | 146 |
| <b>9</b>  | <b>Numerische Integration</b>                      | 147 |
| 9.1       | Interpolations-Quadraturen                         | 148 |
| 9.2       | Gauß-Quadratur                                     | 150 |
| 9.3       | Fehlerabschätzungen und Konvergenz                 | 155 |
| 9.4       | Extrapolationsverfahren nach Richardson            | 163 |
| 9.5       | Das Romberg-Verfahren                              | 166 |
| 9.6       | Aufgaben   | 169 |
| <b>10</b> | <b>Trigonometrische Interpolation</b>              | 171 |
| 10.1      | Das allgemeine Interpolationsproblem               | 171 |
| 10.2      | Äquidistante Stützstellen                          | 174 |
| 10.3      | Die schnelle Fourier-Transformation                | 177 |
| 10.4      | Aufgaben   | 178 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>11 Splines</b> .....  | 179 |
| 11.1 Definition und elementare Eigenschaften .....             | 180 |
| 11.2 Interpolierende Splines ungeraden Grades .....            | 183 |
| 11.3 Die Berechnung kubischer Splines .....                    | 188 |
| 11.4 <i>B</i> -Splines .....                                   | 193 |
| 11.5 Aufgaben .....  | 198 |
| <b>12 Approximationstheorie</b> .....                          | 199 |
| 12.1 Die Approximationssätze von Weierstraß .....              | 199 |
| 12.2 Der Existenzsatz für beste Approximationen .....          | 204 |
| 12.3 Approximation in euklidischen Räumen .....                | 207 |
| 12.4 Tschebyscheff-Approximation .....                         | 217 |
| 12.5 Remes-Verfahren und Alternantensatz .....                 | 223 |
| 12.6 Fehlerabschätzungen für die Interpolation .....           | 227 |
| 12.7 Multivariate Approximation und Interpolation .....        | 229 |
| 12.8 Aufgaben .....  | 234 |
| <b>13 Wavelets</b> .....                                       | 237 |
| 13.1 Die Haarsche Skalierungsfunktion .....                    | 237 |
| 13.2 Multi-Skalen-Analyse und Wavelets .....                   | 239 |
| 13.3 Die schnelle Wavelet-Transformation .....                 | 243 |
| 13.4 Aufgaben .....  | 246 |
| <b>14 Computer-Aided Design</b> .....                          | 247 |
| 14.1 Kurven, Flächen und Transformationen .....                | 247 |
| 14.2 Bézier-Kurven .....                                       | 252 |
| 14.3 <i>B</i> -Spline-Kurven .....                             | 258 |
| 14.4 Flächen .....   | 260 |
| 14.5 Übergangsbedingungen .....                                | 263 |
| 14.6 Darstellung von Flächen durch implizite Funktionen .....  | 264 |
| 14.7 Aufgaben .....  | 266 |
| <b>15 Eigenwertaufgaben</b> .....                              | 267 |
| 15.1 Lokalisierungssätze für Eigenwerte .....                  | 268 |
| 15.2 Hessenberg-Matrizen .....                                 | 272 |
| 15.3 Die Verfahren nach von Mises und Wielandt .....           | 276 |
| 15.4 Das Jacobi-Verfahren für symmetrische Matrizen .....      | 279 |
| 15.5 Das <i>QR</i> -Verfahren .....                            | 283 |
| 15.6 Aufgaben .....  | 288 |
| <b>16 Nichtlineare Optimierung ohne Nebenbedingungen</b> ..... | 291 |
| 16.1 Verfahren konjugierter Gradienten (CG-Verfahren) .....    | 292 |
| 16.2 Konvergenz des CG-Verfahrens .....                        | 298 |
| 16.3 GMRES .....   | 303 |
| 16.4 Globale Konvergenz .....                                  | 307 |

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| 16.5 Quasi-Newton-Verfahren ..... | 310        |
| 16.6 Aufgaben.....                | 314        |
| <b>Index .....</b>                | <b>315</b> |
| <b>Literaturverzeichnis .....</b> | <b>323</b> |