
Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	1
1.1	Lineare Gleichungssysteme	1
1.2	Einige Klassen von Matrizen	7
1.3	Normalformen von Matrizen	10
1.4	Vektor- und Matrixnormen	17
1.5	Kondition und Fehlerabschätzung	21
1.6	Das Kronecker-Produkt	25
1.7	Die Poisson-Gleichung	27
1.8	Die Helmholtz-Gleichung	35
1.9	Die Konvektions-Diffusions-Gleichung	38
	Aufgaben	42
2	Direkte Verfahren	47
2.1	Lineare Gleichungssysteme einfacher Struktur	47
2.2	LR-Zerlegung ohne Pivotisierung	51
2.3	LR-Zerlegung mit Pivotisierung	61
2.4	LR-Zerlegung für Bandmatrizen	69
2.5	Cholesky-Zerlegung für positiv definite Systeme	77
2.6	Parlett-Reid-Aasen für symmetrische Systeme	82
	Aufgaben	90
3	Orthogonalisierungsverfahren	95
3.1	Lineare Ausgleichsprobleme	95
3.2	QR-Zerlegungen	100
3.3	Gram-Schmidt-Orthogonalisierung	104
3.4	Householder-Spiegelungen	109
3.5	Givens-Rotationen	115
3.6	Schnelle Givens-Rotationen	121
	Aufgaben	129

4	Splitting-Methoden	133
4.1	Allgemeine Splitting-Verfahren	133
4.2	Gesamtschrittverfahren	139
4.3	Einzelschrittverfahren	145
4.4	SOR-Verfahren	150
4.5	Symmetrisches SOR-Verfahren	163
4.6	Tschebyscheff-Polynome	168
4.7	Polynomiale Konvergenzbeschleunigung	172
4.8	Vergleich der Verfahren	178
	Aufgaben	182
5	CG-Verfahren	187
5.1	Herleitung des CG-Verfahrens	187
5.2	Charakterisierungen des CG-Verfahrens	195
5.3	Konvergenzanalyse des CG-Verfahrens	199
5.4	Das präkonditionierte CG-Verfahren	203
5.5	Splitting-basierte Präkonditionierer	206
5.6	Unvollständige Cholesky-Zerlegung	208
5.7	CGNE und CGNR für reguläre Systeme	211
	Aufgaben	217
6	GMRES und verwandte Verfahren	221
6.1	Krylov-Räume	222
6.2	GMRES für reguläre Systeme	226
6.3	GMRES(m) für reguläre Systeme	235
6.4	MINRES für symmetrische Systeme	239
6.5	Präkonditionierte Verfahren	250
6.6	Unvollständige LR-Zerlegung	255
	Aufgaben	257
7	Weitere Krylov-Raum-Methoden	261
7.1	QMR-Verfahren	261
7.2	BiCG-Verfahren	269
7.3	CGS-Verfahren	278
7.4	BiCGSTAB-Verfahren	282
7.5	TFQMR-Verfahren	288
	Aufgaben	301
8	Mehrgitterverfahren	305
8.1	Nochmals die Poisson-Gleichung	305
8.2	Das Richardson-Verfahren	309
8.3	Gitter-Hierarchie	314
8.4	Das Zweigitterverfahren	320
8.5	Mehrgitterverfahren	326
8.6	Vollständiges Mehrgitterverfahren	329

Aufgaben	335
Literatur	339
Index	343