
Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----|
| Vorwort | V |
| 1 Mathematische Voraussetzungen | 1 |
| 1.1 Voraussetzungen über Maß- und Integrationstheorie | 1 |
| 1.2 Voraussetzungen über Wahrscheinlichkeitstheorie | 10 |
| 2 Prozesse und Wiener-Integrale | 15 |
| 2.1 Stochastische Prozesse | 15 |
| 2.2 Brownsche Bewegungen | 21 |
| 2.3 Vorbereitung: Konvergenz im p -ten Mittel | 26 |
| 2.4 Konstruktion des Wiener-Integrals | 29 |
| 2.5 Wiener-Integrale als stetige Prozesse | 34 |
| 3 Anwendung: Lineare stochastische Differentialgleichungen . | 41 |
| 3.1 Motivation: Die Langevin-Gleichung | 41 |
| 3.2 Lineare Systeme mit additivem Rauschen | 43 |
| 3.3 Stationäre Lösungen | 52 |
| 3.4 Physikalische Brownsche Bewegungen | 56 |
| 4 Itô-Integrale | 63 |
| 4.1 Das Itô-Integral für Treppenprozesse | 63 |
| 4.2 Das Itô-Integral für L^2 -Prozesse | 66 |
| 4.3 Vorbereitung: Stochastische Konvergenz | 70 |
| 4.4 Approximationen pfadweiser L^p -Prozesse | 74 |
| 4.5 Das Itô-Integral für pfadweise L^2 -Prozesse | 78 |
| 5 Der Itôsche Differentialkalkül | 83 |
| 5.1 Itô-Integrale als stetige Prozesse | 83 |
| 5.2 Die Kettenregel für Itô-Prozesse (Itô-Formel) | 88 |
| 5.3 Produktregel und quadratische Variation | 96 |
| 5.4 Höhere Momente von Itô-Integralen | 100 |

| | |
|--|-----|
| 6 Anwendung: Stochastische Differentialgleichungen | 103 |
| 6.1 Motivation, Definition und Beispiele | 103 |
| 6.2 Lineare Gleichungen mit multiplikativem Rauschen | 106 |
| 6.3 Existenz und Eindeutigkeit | 109 |
| 6.4 Qualitative Eigenschaften der Lösungen | 114 |
| 7 Martingale | 119 |
| 7.1 Vorbereitung: Bedingte Erwartungswerte | 119 |
| 7.2 Maximalungleichungen für Submartingale | 128 |
| 7.3 Stopp- und Optionszeiten | 134 |
| 7.4 Gestoppte Prozesse und Optional Sampling | 140 |
| 8 Darstellung Brownscher Martingale durch Itô-Integrale | 149 |
| 8.1 Das Itô-Integral als L^2 -Martingal | 149 |
| 8.2 Exponentielle Supermartingale | 151 |
| 8.3 Vorbereitung: Charakteristische Funktionen | 154 |
| 8.4 L^p -Funktionale stochastischer Prozesse | 161 |
| 8.5 Itô's Integraldarstellungssatz | 168 |
| 9 Itô-Integrale als zeittransformierte Brownsche Bewegungen | 171 |
| 9.1 Lévy's Charakterisierungssatz | 171 |
| 9.2 Rechtsstetigkeit Brownscher Filtrationen | 179 |
| 9.3 Itô-Integrale mit Stoppzeiten als Grenzen | 181 |
| 9.4 Gestoppte Brownsche Bewegungen | 185 |
| 9.5 Zeittransformierte Prozesse | 190 |
| 10 Exponentielle Martingale | 195 |
| 10.1 Die Novikov-Bedingung | 195 |
| 10.2 Der Satz von Girsanov | 201 |
| 11 Anwendung: Stetige Optionspreistheorie | 207 |
| 11.1 Selbstfinanzierende Handelsstrategien | 207 |
| 11.2 Wertpapierkurse und Vermögensprozesse | 210 |
| 11.3 Markt-Vollständigkeit und Arbitrage-Freiheit | 215 |
| 11.4 Optionsbewertung | 221 |
| 11.5 Das Black-Scholes-Modell | 225 |
| Lösungen der nummerierten Aufgaben | 233 |
| Häufige Bezeichnungen und Abkürzungen | 237 |
| Literatur | 241 |
| Sachverzeichnis | 245 |