

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Die Maxwell'schen Gleichungen</b>	
1.1 Gradient, Rotation und Divergenz	1
1.2 Die Integralsätze im Fall des $\mathbb{R}^3$	7
1.3 Maxwell'sche Gleichungen in integraler Form	10
1.3.1 Das Induktionsgesetz	10
1.3.2 Das Gauß'sche Gesetz	12
1.3.3 Gesetz von Biot und Savart	14
1.3.4 Die Lorentz-Kraft	15
1.3.5 Die Kontinuitätsgleichung	16
1.4 Die Maxwell'schen Gleichungen in lokaler Form	20
1.4.1 Induktions- und Gauß'sches Gesetz	20
1.4.2 Lokale Form des Biot-Savart Gesetzes	21
1.4.3 Lokale Gleichungen in allen Maßsystemen	23
1.4.4 Die Frage der physikalischen Einheiten	24
1.4.5 Die elektromagnetischen Gleichungen im SI-System	26
1.4.6 Das Gauß'sche Maßsystem	28
1.5 Skalare Potentiale und Vektorpotentiale	33
1.5.1 Einige Formeln aus der Vektoranalysis	33
1.5.2 Konstruktion eines Vektorfeldes aus seinen Quellen und Wirbeln	38
1.5.3 Skalare Potentiale und Vektorpotentiale	40
1.6 Phänomenologie der Maxwell'schen Gleichungen	44
1.6.1 Die Grundgleichungen und ihre Interpretation	44
1.6.2 Zusammenhang der Verschiebung mit dem elektrischen Feld	47
1.6.3 Zusammenhang zwischen Induktions- und magnetischem Feld	50
1.7 Statische elektrische Zustände	53
1.7.1 Poisson- und Laplace-Gleichung	53
1.7.2 Flächenladungen, Dipole und Dipolschichten	59
1.7.3 Typische Randwertprobleme	62
1.7.4 Multipolentwicklung von Potentialen	66
1.8 Stationäre Ströme und statische magnetische Zustände	78
1.8.1 Poisson-Gleichung und Vektorpotential	79
1.8.2 Magnetische Dipoldichte und magnetisches Moment	80
1.8.3 Felder von magnetischen und elektrischen Dipolen	83
1.8.4 Energie und Energiedichte	87
1.8.5 Ströme und Leitfähigkeit	90
<b>2. Symmetrien und Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen</b>	
2.1 Die Maxwell'schen Gleichungen im festen Bezugssystem	91
2.1.1 Drehungen und diskrete Raum-Zeittransformationen	92
2.1.2 Die Maxwell'schen Gleichungen und äußere Formen	96

2.2	<b>Lorentz-Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen</b> .....	111
2.2.1	Poincaré- und Lorentz-Gruppe .....	113
2.2.2	Relativistische Kinematik und Dynamik .....	116
2.2.3	Lorentz-Kraft und Feldstärkentensorfeld .....	119
2.2.4	Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen .....	121
2.2.5	Eichinvarianz und Potentiale .....	125
2.3	<b>Felder einer gleichförmig bewegten Punktladung</b> .....	128
2.4	<b>Lorentz-invariante äußere Formen und die Maxwell'schen Gleichungen</b> .....	132
2.4.1	Feldstärkentensor und Lorentz-Kraft .....	133
2.4.2	Differentialgleichungen für die Zweiformen $\omega_F$ und $\omega_{\mathcal{F}}$ ..	136
2.4.3	Potentiale und Eichtransformationen .....	139
2.4.4	Verhalten unter den diskreten Transformationen .....	140
2.4.5	* Kovariante Ableitung und Strukturgleichung .....	141
<b>3.</b>	<b>Die Maxwell-Theorie als klassische Feldtheorie</b>	
3.1	<b>Lagrangefunktion und Symmetrien bei endlich vielen Freiheitsgraden</b> .....	143
3.1.1	Satz von Noether bei strikter Invarianz .....	145
3.1.2	Verallgemeinerter Satz von Noether .....	145
3.2	<b>Lagrangedichte und Bewegungsgleichungen für eine Feldtheorie</b> .....	152
3.3	<b>Lagrangedichte für das Maxwell-Feld mit Quellen</b> .....	157
3.4	<b>Symmetrien und Noether'sche Erhaltungsgrößen</b> .....	163
3.4.1	Invarianz unter einparametrischen Gruppen .....	163
3.4.2	Eichtransformationen an der Lagrangedichte .....	165
3.4.3	Invarianz unter Translationen .....	169
3.4.4	Interpretation der Erhaltungssätze .....	172
3.5	<b>Wellengleichung und Green-Funktionen</b> .....	176
3.5.1	Lösungen in nichtkovarianter Form .....	177
3.5.2	Lösungen der Wellengleichung in kovarianter Form .....	181
3.6	<b>Abstrahlung einer beschleunigten Ladung</b> .....	185
<b>4.</b>	<b>Einfache Anwendungen der Maxwell-Theorie</b>	
4.1	<b>Ebene Wellen im Vakuum und in homogenen, nichtleitenden Medien</b> .....	191
4.1.1	Dispersionsrelation und harmonische Lösungen .....	191
4.1.2	Vollständig polarisierte elektromagnetische Wellen .....	197
4.1.3	Beschreibung der Polarisisation .....	200
4.2	<b>Einfache strahlende Quellen</b> .....	204
4.2.1	Typische Dimensionen strahlender Quellen .....	205
4.2.2	Beschreibung durch Multipolstrahlung .....	207
4.2.3	Der Hertz'sche Dipol .....	211
4.3	<b>Brechung harmonischer Wellen</b> .....	215
4.3.1	Brechungsindex und Winkelrelationen .....	215
4.3.2	Dynamik der Brechung und der Reflexion .....	217
4.4	<b>Geometrische Optik, Linsen und negativer Brechungsindex</b> ...	221
4.4.1	Optische Signale im Orts- und im Impulsraum .....	221
4.4.2	Geometrische Optik und dünne Linsen .....	224
4.4.3	Medien mit negativem Brechungsindex .....	227
4.4.4	Metamaterialien mit negativem Brechungsindex .....	234

4.5	<b>Die Näherung achsennaher Strahlen</b> .....	236
4.5.1	Helmholtz-Gleichung in paraxialer Näherung .....	236
4.5.2	Die Gauß-Lösung .....	237
4.5.3	Analyse der Gauß-Lösung .....	239
4.5.4	Weitere Eigenschaften des Gauß-Strahls .....	243
<b>5.</b>	<b>Lokale Eichtheorien</b>	
5.1	<b>Klein-Gordon-Gleichung und massive Photonen</b> .....	247
5.2	<b>Die Bausteine der Maxwell-Theorie</b> .....	251
5.3	<b>Nicht-Abel'sche Eichtheorien</b> .....	254
5.3.1	Die Strukturgruppe und ihre Lie-Algebra .....	255
5.3.2	Global invariante Lagrangedichten .....	261
5.3.3	Die Eichgruppe .....	262
5.3.4	Potentiale und kovariante Ableitung .....	263
5.3.5	Feldstärkentensor und Krümmung .....	266
5.3.6	Eichinvariante Lagrangedichten .....	269
5.3.7	Physikalische Interpretation .....	272
5.3.8	* Mehr über die Eichgruppe .....	275
5.4	<b>Die U(2)-Theorie der elektroschwachen Wechselwirkungen</b> ...	279
5.4.1	Eine U(2)-Eichtheorie mit masselosen Eichfeldern .....	280
5.4.2	Spontane Symmetriebrechung .....	282
5.4.3	Anwendung auf die U(2)-Theorie .....	287
5.5	<b>Epilog und Ausblick</b> .....	291
<b>6.</b>	<b>Klassische Feldtheorie der Gravitation</b>	
6.1	<b>Phänomenologie der gravitativen Wechselwirkung</b> .....	294
6.1.1	Parameter und Größenordnungen .....	294
6.1.2	Äquivalenzprinzip und Universalität .....	296
6.1.3	Rotverschiebung und andere Effekte der Gravitation .....	300
6.1.4	Vermutungen und weiteres Programm .....	304
6.2	<b>Materie und nichtgravitative Felder</b> .....	305
6.3	<b>Raumzeiten als glatte Mannigfaltigkeiten</b> .....	308
6.3.1	Mannigfaltigkeiten, Kurven und Vektorfelder .....	308
6.3.2	Einsformen, Tensoren und Tensorfelder .....	315
6.3.3	Koordinatenausdrücke und Tensoralkül .....	318
6.4	<b>Paralleltransport und Zusammenhang</b> .....	326
6.4.1	Metrik, Skalarprodukt und Index .....	326
6.4.2	Zusammenhang und kovariante Ableitung .....	328
6.4.3	Torsions- und Krümmungs-Tensorfelder .....	332
6.4.4	Der Levi-Civita Zusammenhang .....	334
6.4.5	Eigenschaften des Levi-Civita Zusammenhangs .....	335
6.4.6	Geodäten auf semi-Riemann'schen Raumzeiten .....	338
6.4.7	Weitere Eigenschaften des Krümmungstensors .....	341
6.5	<b>Die Einstein'schen Gleichungen</b> .....	344
6.5.1	Energie-Impuls-Tensorfeld in gekrümmter Raumzeit .....	344
6.5.2	Ricci-Tensor, Krümmungsskalar und Einstein-Tensor .....	345
6.5.3	Die Grundgleichungen .....	347
6.6	<b>Gravitationsfeld einer kugelsymmetrischen Massenverteilung</b> ..	352
6.6.1	Die Schwarzschild-Metrik .....	353
6.6.2	Zwei beobachtbare Effekte .....	355
6.7	<b>Schlussbemerkungen</b> .....	362

<b>Historische Anmerkungen: Vier Schritte der Vereinigung</b> .....	365
<b>Aufgaben</b> .....	369
<b>Ausgewählte Lösungen der Aufgaben</b> .....	377
<b>Literatur</b> .....	401
<b>Sachverzeichnis</b> .....	403
<b>Namenverzeichnis</b> .....	407