

Inhaltsverzeichnis

1	Lie-Gruppen und homogene Räume	1
1.1	Lie-Gruppen und ihre Algebren	1
1.2	Die Exponential-Abbildung einer Lie-Gruppe	5
1.3	Die adjungierte Darstellung	13
1.4	Lie-Untergruppen	21
1.5	Transformationsgruppen und homogene Räume	30
1.6	Fundamentale Vektorfelder	36
1.7	Aufgaben zu Kapitel 1	39
2	Hauptfaserbündel und assoziierte Faserbündel	43
2.1	Lokal-triviale Faserungen	43
2.2	Hauptfaserbündel	48
2.3	Assoziierte Faserbündel	52
2.4	Vektorbündel	56
2.5	Reduktion und Erweiterung von Hauptfaserbündeln	63
2.6	Aufgaben zu Kapitel 2	70
3	Zusammenhänge in Hauptfaserbündeln	73
3.1	Zusammenhänge, Definition und Beispiele	73
3.2	Der affine Raum aller Zusammenhänge	84
3.3	Parallelverschiebung in Hauptfaserbündeln	87
3.4	Das absolute Differential eines Zusammenhangs	93
3.5	Die Krümmung eines Zusammenhangs	101
3.6	S^1 -Zusammenhänge	111
3.7	Aufgaben zu Kapitel 3	115
4	Holonomietheorie	119
4.1	Reduktion und Erweiterung von Zusammenhängen	119
4.2	Das Holonomiebündel	121
4.3	Holonomiegruppen und parallele Schnitte	128
4.4	Aufgaben zu Kapitel 4	131

5	Holonomiegruppen Riemannscher Mannigfaltigkeiten	133
5.1	Grundlegende Eigenschaften	134
5.2	Der Zerlegungssatz von de Rham und Wu	140
5.3	Holonomiegruppen und symmetrische Räume	159
5.4	Die Berger-Liste	182
5.5	Holonomiegruppen pseudo-Riemannscher Mannigfaltigkeiten – Ein Ausblick	200
5.6	Aufgaben zu Kapitel 5	203
6	Charakteristische Klassen in der de Rham-Kohomologie	205
6.1	Der Weil-Homomorphismus	205
6.2	Die Chern-Klassen komplexer Vektorbündel	213
6.3	Die Pontrjagin-Klassen reeller Vektorbündel	225
6.4	Die Euler-Klasse	233
6.5	Potenzreihen und charakteristische Klassen	239
6.6	Aufgaben zu Kapitel 6	246
7	Die Yang-Mills-Gleichung und selbstduale Zusammenhänge	249
7.1	Die Maxwell'schen Gleichungen für ein elektromagnetisches Feld als Yang-Mills-Gleichung	249
7.2	Die Yang-Mills-Gleichung als Euler-Lagrange-Gleichung	253
7.3	Selbstduale Zusammenhänge	259
7.4	Aufgaben zu Kapitel 7	269
A	Anhang	271
A.1	Tensorfelder	271
A.2	Differentialformen	272
A.3	Untermannigfaltigkeiten	279
A.4	Der Satz von Frobenius	280
A.5	Metriken und Krümmung	281
A.6	Exponentialabbildung, Jacobifelder und geodätische Variation	290
A.7	Total-geodätische Untermannigfaltigkeiten	292
A.8	Semi-Riemannsche Submersionen	293
A.9	Das Cartan-Ambrose-Hicks-Theorem	294
	Lösungen der Aufgaben	303
	Literaturverzeichnis	347
	Sachverzeichnis	351