

Inhalt

| | |
|---|-----|
| Vorwort | 5 |
| I. Grundlagen | |
| 1. Grundbegriffe der Logik | 17 |
| 1.1. Aussagen | 17 |
| 1.2. Aussagenfunktionen und Wahrheitsfunktionen | 19 |
| 1.3. Gesetze der Aussagenlogik | 22 |
| 1.4. Elemente der Prädikatenlogik | 26 |
| 1.5. Mathematische Beweise | 29 |
| 1.6. Anwendung auf binäre elektronische Systeme | 30 |
| 1.7. Übungsaufgaben | 31 |
| 2. Zahlen | 33 |
| 2.1. Natürliche und ganze Zahlen | 33 |
| 2.2. Rationale Zahlen | 35 |
| 2.3. Reelle Zahlen | 36 |
| 2.3.1. Irrationale Zahlen | 36 |
| 2.3.2. Intervallschachtelung | 37 |
| 2.3.3. Axiomensystem der reellen Zahlen (Grundgesetze der Arithmetik) | 39 |
| 2.4. Komplexe Zahlen | 44 |
| 2.5. Das Rechnen mit Ungleichungen und absoluten Beträgen | 49 |
| 2.5.1. Ungleichungen | 49 |
| 2.5.2. Absolute Beträge | 53 |
| 2.6. Darstellung von Zahlen in Positionssystemen | 55 |
| 2.7. Das Rechnen mit Näherungswerten | 59 |
| 2.8. Übungsaufgaben | 62 |
| 3. Mengen | 64 |
| 3.1. Der Begriff der Menge | 64 |
| 3.2. Mengenalgebra | 67 |
| 3.3. Zahlenmengen | 75 |
| 3.4. Punktmengen | 79 |
| 3.4.1. Lineare Punktmengen | 79 |
| 3.4.2. Punktmengen im R^n | 86 |
| 3.5. Kombinatorik | 88 |
| 3.5.1. Binomialkoeffizienten | 88 |
| 3.5.2. Der binomische Lehrsatz | 91 |
| 3.5.3. Der polynomische Lehrsatz | 93 |
| 3.5.4. Permutationen | 96 |
| 3.5.5. Variationen | 100 |
| 3.5.6. Kombinationen | 102 |
| 3.6. Einführung in die Graphentheorie | 103 |
| 3.6.1. Einige Grundbegriffe | 103 |
| 3.6.2. Wege und Ketten in Graphen | 106 |

| | |
|---|-----|
| 3.6.3. Minimale spannende Bäume | 107 |
| 3.6.4. Kürzeste Wege in Graphen | 108 |
| 3.7. Übungsaufgaben | 109 |
| 4. Zahlenfolgen | 110 |
| 4.1. Der Begriff der Zahlenfolge | 110 |
| 4.2. Häufungswerte | 115 |
| 4.2.1. Häufungswert einer Zahlenfolge | 115 |
| 4.2.2. Häufungsgrenzen einer Zahlenfolge | 116 |
| 4.2.3. Untere und obere Grenze einer Zahlenfolge | 117 |
| 4.3. Konvergente Zahlenfolgen | 119 |
| 4.3.1. Definitionen. Erstes Konvergenzkriterium | 119 |
| 4.3.2. Eigenschaften konvergenter Zahlenfolgen | 124 |
| 4.3.3. Wichtige Beispiele konvergenter Zahlenfolgen | 127 |
| 4.4. Monotone Zahlenfolgen | 129 |
| 4.4.1. Definition | 129 |
| 4.4.2. Zweites Konvergenzkriterium | 131 |
| 4.4.3. Die Zahl e | 133 |
| 4.4.4. Anwendung des zweiten Konvergenzkriteriums auf Intervallschachtelungen | 136 |
| 4.5. Das allgemeine Konvergenzkriterium von CAUCHY | 138 |
| 4.6. Übungsaufgaben | 140 |

II. Funktionen einer unabhängigen Veränderlichen

| | |
|--|-----|
| 5. Der Funktionsbegriff | 143 |
| 5.1. Definitionen und Beispiele | 143 |
| 5.2. Zur Darstellung von Funktionen | 146 |
| 5.2.1. Darstellung durch eine Formel | 146 |
| 5.2.2. Darstellung durch eine Tabelle | 147 |
| 5.2.3. Graphische Darstellung | 148 |
| 5.2.4. Darstellung durch Programmiersprachen in Rechnern | 153 |
| 5.3. Einige Grundbegriffe | 154 |
| 5.3.1. Monotone Funktionen | 154 |
| 5.3.2. Gerade und ungerade Funktionen | 155 |
| 5.3.3. Periodische Funktionen | 156 |
| 5.3.4. Der Begriff der Umkehrfunktion | 158 |
| 5.3.5. Zusammengesetzte Funktionen | 160 |
| 5.4. Übungsaufgaben | 160 |
| 6. Grenzwert einer Funktion | 162 |
| 6.1. Grenzwert für $x \rightarrow x_0$ | 162 |
| 6.2. Einseitige Grenzwerte | 166 |
| 6.3. Grenzwertsätze | 169 |
| 6.4. Grenzwert für $x \rightarrow \infty$ oder $x \rightarrow -\infty$ | 177 |
| 6.5. Uneigentliche Grenzwerte | 179 |
| 6.6. Übungsaufgaben | 183 |
| 7. Stetigkeit einer Funktion | 185 |
| 7.1. Definition der Stetigkeit | 185 |
| 7.2. Einseitige Stetigkeit | 188 |
| 7.3. Unstetigkeiten | 191 |
| 7.4. Eigenschaften stetiger Funktionen | 197 |
| 7.4.1. Das Rechnen mit stetigen Funktionen | 197 |

| | |
|--|-----|
| 7.4.2. Stetigkeit der zusammengesetzten Funktion | 198 |
| 7.4.3. Stetigkeit der Umkehrfunktion | 199 |
| 7.5. Funktionen, die auf einem abgeschlossenen Intervall stetig sind | 199 |
| 7.6. Die Regula falsi | 202 |
| 7.7. Übungsaufgaben | 205 |
| 8. Ganze rationale Funktionen | 206 |
| 8.1. Allgemeine Eigenschaften | 206 |
| 8.1.1. Grundbegriffe | 206 |
| 8.1.2. Affine Funktion | 207 |
| 8.1.3. Quadratische Funktion | 209 |
| 8.1.4. Allgemeine Eigenschaften von Polynomen | 210 |
| 8.2. Potenzfunktionen mit positiven ganzen Exponenten | 213 |
| 8.3. Ermittlung von Funktionswerten | 215 |
| 8.3.1. Das Verfahren von HORNER | 215 |
| 8.3.2. Das Verfahren von LILL | 217 |
| 8.4. Interpolation | 218 |
| 8.4.1. Allgemeine Bemerkungen | 218 |
| 8.4.2. Interpolationsformel von LAGRANGE | 221 |
| 8.4.3. Interpolationsformel von NEWTON | 224 |
| 8.4.4. Interpolation mittels Splinefunktionen | 233 |
| 8.5. Zur Lösung algebraischer Gleichungen | 236 |
| 8.5.1. Allgemeine Bemerkungen | 236 |
| 8.5.2. Kubische Gleichungen | 238 |
| 8.5.3. Das Verfahren von GRAEFFE | 240 |
| 8.6. Übungsaufgaben | 245 |
| 9. Rationale und algebraische Funktionen | 246 |
| 9.1. Definition und grundlegende Eigenschaften der rationalen Funktionen | 246 |
| 9.2. Teilbruchzerlegung der rationalen Funktionen | 251 |
| 9.3. Potenzfunktionen mit negativen ganzen Exponenten | 252 |
| 9.4. Algebraische Funktionen | 254 |
| 9.5. Übungsaufgaben | 258 |
| 10. Exponential- und Logarithmusfunktionen | 258 |
| 10.1. Potenzen | 258 |
| 10.1.1. Potenzen mit ganzen Exponenten | 258 |
| 10.1.2. Potenzen mit rationalen Exponenten | 259 |
| 10.1.3. Potenzen mit reellen Exponenten | 261 |
| 10.2. Definition und Eigenschaften der Exponentialfunktionen | 261 |
| 10.3. Definition und Eigenschaften der Logarithmusfunktionen | 267 |
| 10.4. Potenzfunktionen mit beliebigen reellen Exponenten | 271 |
| 10.5. Einige spezielle Grenzwerte | 272 |
| 10.6. Logarithmische Funktionsleitern und Funktionspapiere | 273 |
| 10.6.1. Logarithmische Funktionsleiter | 273 |
| 10.6.2. Doppeltlogarithmisches Funktionspapier | 273 |
| 10.6.3. Einfachlogarithmisches Funktionspapier | 275 |
| 10.7. Übungsaufgaben | 277 |
| 11. Trigonometrische Funktionen und Arcus-Funktionen | 278 |
| 11.1. Winkelmessung | 278 |
| 11.2. Sinus- und Kosinusfunktion | 279 |
| 11.3. Tangens- und Kotangensfunktion | 282 |

| | |
|---|-----|
| 11.4. Trigonometrische Darstellung der komplexen Zahlen | 287 |
| 11.5. Schwingungen | 292 |
| 11.5.1. Begriff der harmonischen Schwingung | 292 |
| 11.5.2. Überlagerung harmonischer Schwingungen gleicher Frequenz und gleicher Schwingungsrichtung | 293 |
| 11.5.3. Schwebungen | 297 |
| 11.5.4. Überlagerung bei verschiedener Schwingungsrichtung | 299 |
| 11.6. Grundzüge der komplexen Wechselstromrechnung | 302 |
| 11.7. Arcus-Funktionen | 306 |
| 11.8. Übungsaufgaben | 313 |
| 12. Hyperbolische Funktionen und Area-Funktionen | 315 |
| 12.1. Definition und Eigenschaften der hyperbolischen Funktionen | 315 |
| 12.2. Definition und Eigenschaften der Area-Funktionen | 319 |
| 12.3. Geometrische Deutung der Hyperbelfunktionen | 322 |
| 12.4. Übungsaufgaben | 327 |
| III. Differentialrechnung für Funktionen einer unabhängigen Veränderlichen | |
| 13. Begriff der Ableitung | 329 |
| 13.1. Vorbemerkung | 329 |
| 13.2. Definition der Ableitung | 329 |
| 13.3. Einseitige Ableitungen | 332 |
| 13.4. Uneigentliche Ableitungen | 333 |
| 13.5. Geometrische Bedeutung der Ableitung | 334 |
| 13.6. Anwendungen der Ableitung in den Naturwissenschaften | 336 |
| 13.7. Weierstraßsche Zerlegungsformel | 340 |
| 13.8. Stetigkeit und Differenzierbarkeit | 341 |
| 13.9. Übungsaufgaben | 342 |
| 14. Allgemeine Regeln über Ableitungen | 342 |
| 14.1. Ableitung einer Konstanten | 343 |
| 14.2. Ableitung einer Linearkombination von Funktionen | 343 |
| 14.3. Ableitung eines Produktes von Funktionen | 344 |
| 14.4. Ableitung eines Quotienten von Funktionen | 346 |
| 14.5. Ableitung einer zusammengesetzten Funktion | 348 |
| 14.6. Übungsaufgaben | 350 |
| 15. Ableitung elementarer transzendenter Funktionen | 350 |
| 15.1. Trigonometrische Funktionen | 350 |
| 15.2. Exponentialfunktionen | 353 |
| 15.3. Hyperbolische Funktionen | 355 |
| 15.4. Übungsaufgaben | 356 |
| 16. Ableitung der Umkehrfunktion | 357 |
| 16.1. Allgemeine Bemerkungen | 357 |
| 16.2. Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten | 359 |
| 16.3. Arcus-Funktionen | 361 |
| 16.4. Logarithmusfunktionen | 364 |
| 16.5. Potenzfunktionen mit beliebigen reellen Exponenten | 367 |
| 16.6. Area-Funktionen | 369 |
| 16.7. Übungsaufgaben | 369 |

| | |
|---|-----|
| 17. Das Differential einer Funktion | 370 |
| 17.1. Definition | 370 |
| 17.2. Geometrische Bedeutung des Differentials | 371 |
| 17.3. Funktionszuwachs und Differential | 372 |
| 17.4. Anwendungen in der Fehlerrechnung | 373 |
| 17.5. Übungsaufgaben | 374 |
| 18. Höhere Ableitungen | 375 |
| 18.1. Definition der Ableitung n -ter Ordnung | 375 |
| 18.2. Höhere Ableitungen einiger elementarer Funktionen | 376 |
| 18.2.1. Potenzfunktionen | 376 |
| 18.2.2. Exponential- und Logarithmusfunktionen | 378 |
| 18.2.3. Trigonometrische Funktionen | 378 |
| 18.2.4. Ableitungen eines Produktes von Funktionen | 379 |
| 18.3. Zur physikalischen Bedeutung der zweiten Ableitung | 379 |
| 18.4. Differentiale höherer Ordnung | 381 |
| 18.5. Übungsaufgaben | 382 |
| 19. Mittelwertsätze der Differentialrechnung | 382 |
| 19.1. Satz von ROLLE | 382 |
| 19.2. Mittelwertsatz der Differentialrechnung | 384 |
| 19.3. Verallgemeinerter Mittelwertsatz der Differentialrechnung | 388 |
| 19.4. Übungsaufgaben | 389 |
| 20. Berechnung von Grenzwerten | 390 |
| 20.1. Vorbemerkung | 390 |
| 20.2. Erste Regel von BERNOULLI-DE L'HOSPITAL | 391 |
| 20.3. Zweite Regel von BERNOULLI-DE L'HOSPITAL | 395 |
| 20.4. Grenzwerte der Form $\lim_{x \rightarrow x_0} \{f_1(x) \cdot f_2(x)\}$ und $\lim_{x \rightarrow x_0} \{f_1(x) + f_2(x)\}$ | 398 |
| 20.5. Grenzwerte der Form $\lim_{x \rightarrow x_0} f_1(x)^{f_2(x)}$ | 400 |
| 20.6. Übungsaufgaben | 403 |
| 21. Parameterdarstellung von Kurven | 404 |
| 21.1. Einführung der Parameterdarstellung | 404 |
| 21.2. Ableitungen in Parameterdarstellung | 411 |
| 21.3. Die Gleichung der Kurventangente | 413 |
| 21.4. Die Gleichung der Kurvennormalen | 415 |
| 21.5. Übungsaufgaben | 416 |
| 22. Polarkoordinaten | 416 |
| 22.1. Definition und Beispiele | 416 |
| 22.2. Ableitungen in Polarkoordinaten | 420 |
| 22.3. Übungsaufgaben | 423 |
| 23. Untersuchung des Verhaltens von Funktionen | 424 |
| 23.1. Vorbemerkung | 424 |
| 23.2. Bedeutung des Vorzeichens der ersten Ableitung | 424 |
| 23.3. Extrema | 426 |
| 23.4. Bedeutung des Vorzeichens der zweiten Ableitung | 434 |
| 23.5. Wendepunkte | 436 |
| 23.6. Übungsaufgaben | 441 |

| | |
|---|-----|
| 24. Graphische und numerische Differentiation | 442 |
| 24.1. Graphische Differentiation | 442 |
| 24.2. Numerische Differentiation | 443 |
| 24.3. Übungsaufgaben | 447 |
| 25. Näherungsweise Berechnung von Lösungen der Gleichung $f(x) = 0$ | 447 |
| 25.1. Iterationsverfahren | 447 |
| 25.2. Das Newtonsche Verfahren | 454 |
| 25.3. Das verallgemeinerte Iterationsverfahren | 459 |
| 25.4. Übungsaufgaben | 460 |

IV. Integralrechnung für Funktionen einer unabhängigen Veränderlichen

| | |
|---|-----|
| 26. Das bestimmte Integral | 463 |
| 26.1. Zur Problemstellung | 463 |
| 26.2. Intervallzerlegungen | 465 |
| 26.3. Definition des bestimmten Integrals | 466 |
| 26.4. Einige Klassen integrierbarer Funktionen | 472 |
| 26.5. Beispiele für die direkte Berechnung bestimmter Integrale | 473 |
| 26.6. Anwendungen des Integralbegriffs in den Naturwissenschaften | 474 |
| 26.6.1. Begriff der Arbeit einer Kraft | 474 |
| 26.6.2. Statisches Moment und Trägheitsmoment einer ebenen homogenen Massenverteilung | 476 |
| 26.6.3. Schwerpunkt einer ebenen homogenen Massenverteilung | 479 |
| 26.7. Übungsaufgaben | 479 |
| 27. Eigenschaften des bestimmten Integrals | 480 |
| 27.1. Eigenschaften, die das Integrationsintervall betreffen | 480 |
| 27.2. Eigenschaften, die den Integranden betreffen | 481 |
| 27.3. Ungleichungen zwischen Integralen | 482 |
| 27.4. Erster Mittelwertsatz der Integralrechnung | 486 |
| 27.5. Übungsaufgaben | 488 |
| 28. Das unbestimmte Integral | 489 |
| 28.1. Das bestimmte Integral als Funktion der oberen Integrationsgrenze | 489 |
| 28.2. Definition des unbestimmten Integrals | 491 |
| 28.3. Zusammenhang mit der Differentialrechnung | 493 |
| 28.4. Übungsaufgaben | 496 |
| 29. Technik des Integrierens | 496 |
| 29.1. Grundintegrale | 496 |
| 29.2. Substitutionsmethode | 499 |
| 29.3. Anwendung der Substitutionsmethode auf bestimmte Integrale | 503 |
| 29.4. Methode der partiellen Integration | 505 |
| 29.5. Rekursionsformeln | 511 |
| 29.6. Übungsaufgaben | 514 |
| 30. Technik des Integrierens (Fortsetzung) | 516 |
| 30.1. Integration der rationalen Funktionen | 516 |
| 30.1.1. Zur Herstellung der Teilbruchzerlegung | 516 |
| 30.1.2. Integrale der Form $\int \frac{Bx + C}{x^2 + px + q} dx$ | 522 |
| 30.1.3. Integrale der Form $\int \frac{Bx + C}{(x^2 + px + q)^l} dx; l \in \mathbb{N}, l > 1$ | 526 |

| | |
|---|-----|
| 30.2. Integration einiger spezieller nicht-rationaler Funktionen | 527 |
| 30.3. Zur Tragweite der Integrationsverfahren | 533 |
| 30.4. Übungsaufgaben | 534 |
| 31. Uneigentliche Integrale | 534 |
| 31.1. Erweiterung des Integralbegriffs | 534 |
| 31.2. Integrale mit unbeschränkten Integranden | 535 |
| 31.3. Integrale über unbeschränkte Integrationsintervalle | 541 |
| 31.4. Zum Rechnen mit uneigentlichen Integralen | 546 |
| 31.5. Hauptwert eines uneigentlichen Integrals | 547 |
| 31.6. Übungsaufgaben | 548 |
| 32. Einige Anwendungen der Integralrechnung auf die ebene Geometrie | 549 |
| 32.1. Flächeninhalt ebener Bereiche | 549 |
| 32.2. Bogenlänge einer ebenen Kurve | 557 |
| 32.3. Krümmung einer ebenen Kurve | 562 |
| 32.4. Übungsaufgaben | 567 |
| 33. Graphische und numerische Integration | 567 |
| 33.1. Graphische Integration | 567 |
| 33.2. Numerische Integration | 572 |
| 33.2.1. Allgemeine Bemerkungen | 572 |
| 33.2.2. Die Formeln von NEWTON-CÔTES | 573 |
| 33.2.3. Spezielle Quadraturformeln | 575 |
| 33.3. Übungsaufgaben | 582 |

V. Reihen

| | |
|--|-----|
| 34. Unendliche Reihen | 583 |
| 34.1. Definitionen | 583 |
| 34.2. Unmittelbare Berechnung der Reihensumme s | 587 |
| 34.3. Zwei Konvergenzkriterien | 588 |
| 34.4. Das Rechnen mit unendlichen Reihen | 590 |
| 34.5. Übungsaufgaben | 591 |
| 35. Reihen mit positiven Gliedern | 591 |
| 35.1. Hauptkriterium für Reihen mit positiven Gliedern | 591 |
| 35.2. Vergleichskriterien | 592 |
| 35.3. Quotientenkriterium | 594 |
| 35.4. Wurzelkriterium | 597 |
| 35.5. Übungsaufgaben | 598 |
| 36. Reihen mit beliebigen Gliedern | 599 |
| 36.1. Alternierende Reihen | 599 |
| 36.2. Absolut konvergente Reihen | 601 |
| 36.3. Konvergenzkriterien für absolut konvergente Reihen | 602 |
| 36.4. Unbedingt konvergente Reihen | 605 |
| 36.5. Multiplikation unendlicher Reihen | 608 |
| 36.6. Übungsaufgaben | 611 |
| 37. Funktionenfolgen und Funktionenreihen | 612 |
| 37.1. Definitionen | 612 |
| 37.2. Gleichmäßig konvergente Reihen | 614 |

| | |
|--|-----|
| 37.3. Gliedweise Integration und Differentiation | 619 |
| 37.4. Übungsaufgaben | 623 |
| 38. Potenzreihen | 624 |
| 38.1. Konvergenzverhalten von Potenzreihen | 624 |
| 38.2. Eigenschaften der Reihensumme $s(x)$ | 627 |
| 38.3. Übungsaufgaben | 635 |
| 39. Taylorsche Formel und Taylorsche Reihe | 635 |
| 39.1. Entwicklung eines Polynoms | 635 |
| 39.2. Taylorsche Formel | 637 |
| 39.3. Taylorsche Reihe | 640 |
| 39.4. Entwicklung der elementaren Funktionen | 643 |
| 39.4.1. Entwicklung der Exponentialfunktion | 643 |
| 39.4.2. Entwicklung der trigonometrischen Funktionen | 643 |
| 39.4.3. Entwicklung der Logarithmusfunktion | 645 |
| 39.4.4. Entwicklung der Funktion $(1 + x)^\alpha$ | 647 |
| 39.5. Übungsaufgaben | 650 |
| 40. Anwendung der Taylorschen Formel und Taylorschen Reihe | 650 |
| 40.1. Numerische Berechnung der Funktionswerte elementarer Funktionen | 650 |
| 40.1.1. Zur Problemstellung | 650 |
| 40.1.2. Exponentialfunktion. Berechnung von e | 651 |
| 40.1.3. Trigonometrische Funktionen | 653 |
| 40.1.4. Berechnung von Wurzeln | 653 |
| 40.2. Näherungsformeln | 655 |
| 40.3. Zur Theorie der Extrema und Wendepunkte | 658 |
| 40.4. Übungsaufgaben | 661 |
| 41. FOURIER-Reihen | 662 |
| 41.1. Orthogonalität des trigonometrischen Fundamentalsystems | 662 |
| 41.2. Trigonometrische Reihen und FOURIER-Reihen | 664 |
| 41.3. FOURIER-Reihen für gerade und ungerade Funktionen | 669 |
| 41.4. FOURIER-Reihen in komplexer Form | 673 |
| 41.5. FOURIER-Reihen für Funktionen der Periode $2p$ | 675 |
| 41.6. Zum Konvergenzverhalten von FOURIER-Reihen | 676 |
| 41.7. Summierbarkeit von FOURIER-Reihen | 679 |
| 41.8. Zur numerischen Durchführung der harmonischen Analyse | 680 |
| 41.8.1. Das Verfahren von RUNGE | 681 |
| 41.8.2. Das Verfahren von FISCHER-HINNEN | 682 |
| 41.9. Übungsaufgaben | 684 |
| 42. Orthogonale Funktionensysteme | 684 |
| 42.1. Grundbegriffe und Beispiele | 684 |
| 42.2. FOURIER-Reihen bezüglich eines beliebigen orthogonalen Funktionensystems ... | 687 |
| 42.3. Vollständige Funktionensysteme | 692 |
| 42.4. Übungsaufgaben | 697 |

VI. Anschauliche Vektorrechnung und Analytische Geometrie

| | |
|---|-----|
| 43. Vektorbegriff. Rechnen mit Vektoren | 699 |
| 43.1. Begriff des Vektors | 699 |
| 43.2. Addition und Subtraktion von Vektoren | 701 |
| 43.3. Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar | 703 |

| | |
|---|-----|
| 43.4. Vorbereitende Betrachtungen zur Multiplikation von Vektoren | 705 |
| 43.4.1. Orientierung einer Ebene | 705 |
| 43.4.2. Rechtssystem | 705 |
| 43.4.3. Winkel zwischen gerichteten Geraden und Winkel zwischen Vektoren .. | 706 |
| 43.4.4. Orthogonale Vektoren | 707 |
| 43.4.5. Projektion eines Vektors auf eine gerichtete Gerade | 707 |
| 43.5. Zerlegung von Vektoren bezüglich gegebener Richtungen | 708 |
| 43.6. Skalarprodukt | 710 |
| 43.7. Vektorprodukt | 714 |
| 43.8. Übungsaufgaben | 718 |
| | |
| 44. Vektorrechnung unter Verwendung eines Koordinatensystems | 719 |
| 44.1. Koordinatensystem | 719 |
| 44.2. Ortsvektoren | 720 |
| 44.3. Komponenten und Koordinaten eines Vektors | 720 |
| 44.4. Rechnen mit Vektoren in Koordinaten-Schreibweise | 721 |
| 44.5. Determinanten | 725 |
| 44.6. Zusammengesetzte Produkte von Vektoren | 727 |
| 44.6.1. Spatprodukt | 727 |
| 44.6.2. Andere zusammengesetzte Produkte | 731 |
| 44.7. Übungsaufgaben | 733 |
| | |
| 45. Gerade und Ebene | 734 |
| 45.1. Grundbegriffe | 734 |
| 45.1.1. Richtungskosinus | 734 |
| 45.1.2. Teilverhältnis | 735 |
| 45.1.3. Flächeninhalt und Volumen | 737 |
| 45.1.4. Transformation des Koordinatensystems | 738 |
| 45.2. Gleichung der Geraden | 741 |
| 45.3. Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden | 748 |
| 45.4. Gleichung der Ebene | 751 |
| 45.5. Lagebeziehungen zwischen zwei Ebenen | 755 |
| 45.6. Lagebeziehungen zwischen Ebene und Gerade | 757 |
| 45.7. Übungsaufgaben | 758 |
| | |
| 46. Kurven und Flächen zweiter Ordnung | 761 |
| 46.1. Kreis und Kugel | 761 |
| 46.2. Kurven zweiter Ordnung | 764 |
| 46.3. Flächen zweiter Ordnung | 770 |
| 46.3.1. Vorbemerkungen | 770 |
| 46.3.2. Klassifikation der Flächen zweiter Ordnung | 771 |
| 46.3.3. Diskussion der nichtentarteten Flächen zweiter Ordnung | 774 |
| 46.4. Übungsaufgaben | 777 |
| | |
| Lösungen | 779 |
| | |
| Literatur | 812 |
| | |
| Namenverzeichnis | 814 |
| | |
| Sachverzeichnis | 815 |