

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
---------	---

Elementare Grundlagen

1 Grundlagen der Arithmetik	1
1.1 Zahlenbereiche, Grundrechenarten	1
1.2 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen	3
1.3 Indizierung, Summen und Produkte	5
1.4 Kombinatorik	6
1.5 Gleichungen mit einer Variablen	10
1.6 Ungleichungen mit einer Variablen	14
2 Grundlagen der Geometrie	17
2.1 Ebene Geometrie	17
2.2 Räumliche Geometrie	20
2.3 Trigonometrie	21
2.4 Analytische Geometrie der Ebene	23
3 Komplexe Zahlen	29
3.1 Darstellungsformen komplexer Zahlen	29
3.2 Grundrechenarten	31
3.3 Potenzieren, Radizieren, Logarithmieren	33
3.4 Gleichungen höheren Grades	36

Formale Grundlagen

4 Aussagen und ihre Verknüpfungen	39
4.1 Axiome, Definitionen, Sätze	39
4.2 Verknüpfung von Aussagen	40
4.3 Tautologie und Kontradiktion	44
4.4 Allaussagen, Existenzaussagen	47
5 Mathematische Beweisführung	49
5.1 Beweis durch Nachrechnen	49
5.2 Direkter Beweis einer Implikation	49
5.3 Widerlegen einer Implikation durch ein Gegenbeispiel	50
5.4 Indirekter Beweis oder Widerspruchsbeweis für eine Implikation	50
5.5 Beweisverfahren für die Äquivalenz	51
5.6 Beweis durch vollständige Induktion	52

6	Mengen und ihre Operationen	55
6.1	Mengenbegriff	55
6.2	Beziehung von Mengen	57
6.3	Verknüpfung von Mengen	59
7	Binäre Relationen	65
7.1	Einführung und Darstellungsformen	65
7.2	Ordnungsrelationen	68
7.3	Invertierung und Komposition	76
7.4	Funktionen als spezielle Relationen	80

Analysis von Funktionen einer Variablen

8	Folgen und Reihen	85
8.1	Explizit und rekursiv definierte Folgen	85
8.2	Arithmetische und geometrische Folgen	87
8.3	Konvergenz und Divergenz unendlicher Folgen	87
8.4	Rechnen mit konvergenten Folgen	90
8.5	Arithmetische und geometrische Reihen	92
8.6	Konvergenz und Divergenz unendlicher Reihen	94
8.7	Die Eulersche Zahl als Grenzwert	97
9	Reelle Funktionen einer Variablen	99
9.1	Einführende Beispiele	99
9.2	Eigenschaften reeller Funktionen	104
9.3	Elementare reelle Funktionen	109
10	Grenzwerte und Stetigkeit	125
10.1	Grenzwerte reeller Funktionen	125
10.2	Stetige Funktionen	127
10.3	Zwischenwertsatz	132
11	Differentiation von Funktionen einer Variablen	135
11.1	Differenzenquotient und Differentiation	135
11.2	Differentiationsregeln	139
11.3	Differenzieren elementarer Funktionen	141
11.4	Ableitungen höherer Ordnung	144
11.5	Änderungsraten und Elastizitäten	146
12	Kurvendiskussion	151
12.1	Monotonie und Konvexität	151
12.2	Extremwertbestimmung	156
12.3	Approximation reeller Funktionen durch Polynome	162
13	Integration	169
13.1	Unbestimmte Integrale	170
13.2	Bestimmte Integrale und Flächenberechnung	177
13.3	Uneigentliche Integrale	186

Lineare Algebra

14 Matrizen und Vektoren	189
14.1 Einführende Bemerkungen zur Schreibweise	190
14.2 Regeln der Addition und Subtraktion	193
14.3 Regeln der Multiplikation	196
15 Punktmengen im \mathbb{R}^n	203
15.1 Absolutbetrag von Vektoren	203
15.2 Hyperebenen und Sphären	205
15.3 Offene und abgeschlossene Punktmengen	207
15.4 Konvexe Mengen	209
16 Vektorräume	215
16.1 Begriff, Basis und Dimension	215
16.2 Basistausch	218
16.3 Rang einer Matrix	223
17 Lineare Gleichungssysteme	231
17.1 Einführende Beispiele	231
17.2 Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	233
17.3 Lösung homogener Gleichungssysteme	239
17.4 Lösung inhomogener Gleichungssysteme	242
17.5 Zusammenhang mit Vektorräumen	244
18 Lineare Abbildungen	247
18.1 Eigenschaften linearer Abbildungen	247
18.2 Inverse und orthogonale Matrizen	252
19 Determinanten	259
19.1 Definition und Berechnung	259
19.2 Eigenschaften von Determinanten	263
19.3 Zusammenhänge mit Matrixrängen und linearen Gleichungssystemen	266
20 Eigenwertprobleme	269
20.1 Einführende Beispiele	269
20.2 Eigenwerte und Eigenvektoren	271
20.3 Existenz reeller Eigenwerte	275
20.4 Definitheit von Matrizen	281

Analysis von Funktionen mehrerer Variablen

21 Differentialrechnung von Funktionen mehrerer Variablen	285
21.1 Darstellung und Beispiele	285
21.2 Stetigkeit und partielle Differentiation	289
21.3 Richtungsableitungen	294
21.4 Partielle Ableitungen zweiter Ordnung und totales Differential	299

22	Eigenschaften differenzierbarer Funktionen mehrerer Variablen	305
22.1	Monotonie und Konvexität	305
22.2	Extremwertbestimmung	307
22.3	Einfache lineare Regression	311

23	Mehrfache Integrale	315
23.1	Parameterintegrale	315
23.2	Doppelintegrale	319

Differenzen- und Differentialgleichungen

24	Differenzen- und Differentialgleichungen erster Ordnung	323
24.1	Grundlagen und Beispiele	323
24.2	Lösung von Differenzgleichungen erster Ordnung	327
24.3	Lösung von Differentialgleichungen erster Ordnung	331

25	Differenzen- und Differentialgleichungen höherer Ordnung	335
25.1	Grundlagen und Beispiele	335
25.2	Homogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungen	336
25.3	Inhomogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungen	343

26	Differenzen- und Differentialgleichungssysteme erster Ordnung	349
26.1	Grundlagen und Beispiele	349
26.2	Homogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungssysteme	351
26.3	Inhomogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungssysteme	356

Anwendungen

27	Finanzmathematik	361
27.1	Zinsrechnung	361
27.2	Abschreibungen	365
27.3	Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik	366
27.4	Investitions- und Finanzierungsentscheidungen	369
27.5	Rentenrechnung	373
27.6	Tilgungsrechnung	380
27.7	Kursrechnung	383

28	Lineare Optimierung	387
28.1	Darstellungsformen, Anwendungen, Lösbarkeit	387
28.2	Simplexalgorithmus und Standardmaximumproblem	394
28.3	Dualität und Standardminimumproblem	403
28.4	Der duale Simplexalgorithmus	406
28.5	Zweiphasenmethode	414
28.6	Lineare Transportprobleme	416

29 Nichtlineare Optimierung	423
29.1 Darstellungsformen, Beispiele und Grundlagen der nichtlinearen Optimierung	423
29.2 Der Ansatz von Lagrange	428
29.3 Der Ansatz von Kuhn und Tucker	437
29.4 Gradientenverfahren	442
29.5 Strafkostenverfahren	449
30 Ganzzahlige Optimierung	453
30.1 Darstellungsformen, Beispiele und Grundlagen der ganzzahligen Optimierung	453
30.2 Das Branch-and-Bound-Prinzip	456
30.3 Das Schnittebenenverfahren von Gomory	462
 Anhang	
Literaturverzeichnis	465
Symbolverzeichnis	469
Griechisches Alphabet	475
Stichwortverzeichnis	477