

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Grundlegende Problemstellung und Lösungsmethoden	1
1.2	Vorgehensweise bei Berechnungsaufgaben	4
1.3	Einsatzgebiete der Finite-Elemente-Methode	4
	Literaturverzeichnis	6
2	Einführung in die lineare FEM	7
2.1	Grundgedanke der FEM am Beispiel des Stabs	8
2.1.1	Mathematische Beschreibung des physikalischen Systems	8
2.1.2	Diskretisierung in finite Elemente	11
2.1.3	Berechnung der Elementmatrizen	14
2.2	Diskretisierung eines Fachwerks	15
2.2.1	Diskretisierung in finite Elemente	15
2.2.2	Transformation von natürlichen auf globale Koordinaten	16
2.2.3	Zusammenbau des Gleichungssystems	19
2.2.4	Einbringen von Randbedingungen	22
2.2.5	Lösen des Gleichungssystems	22
2.3	Beispiel: Stab mit veränderlichem Querschnitt	24
2.4	Aufgaben	27
3	Mechanische Größen der Strukturmechanik	29
3.1	Formulierung des Randwertproblems	29
3.2	Der Spannungszustand	31
3.2.1	Der Spannungsdeviator	34
3.3	Zugeordneter Verzerrungszustand	35
3.4	Gleichgewichtsbedingungen	37
3.5	Voigt-Notation	37
3.6	Verallgemeinertes linear-elastisches Materialgesetz nach Hooke	38
3.7	Ebener Spannungs- und Verzerrungszustand	39
	Literaturverzeichnis	40

4	Mathematische Modellierung über Energieprinzipien	41
4.1	Das Prinzip vom Minimum des Gesamtpotenzials	41
4.1.1	Einführungsbeispiel	42
4.1.2	Gesamtpotenzial eines Stabs	45
4.1.3	Allgemeines Prinzip vom Minimum des Gesamtpotenzials	46
4.2	Das Prinzip der virtuellen Verschiebung	47
4.3	Methode der gewichteten Residuen am Beispiel des Stabs	52
	Literaturverzeichnis	54
5	Diskretisierung mit finiten Elementen	55
5.1	Definition des Näherungsansatzes für ein Element	56
5.1.1	Die Formfunktionsmatrix	56
5.1.2	Näherungsansatz für Dehnungen und Spannungen	58
5.2	Diskretisierung des Prinzips vom Minimum des Gesamtpotenzials	58
5.3	Diskretisierung des Prinzips der virtuellen Verschiebung	60
5.4	Aufbau des Gesamtgleichungssystems	62
5.4.1	Eigenschaften der Gesamtsteifigkeitsmatrix	64
5.5	Einbringen von Randbedingungen	65
5.6	Lösung linearer Gleichungssysteme	67
5.6.1	Direkte Gleichungslöser	67
5.6.2	Iterative Gleichungslöser	70
5.6.3	Modellreduktionstechniken	72
5.7	Aufgaben	74
	Literaturverzeichnis	74
6	Finite-Elemente-Klassen	75
6.1	Klassifizierung von Elementen	75
6.2	Das isoparametrische Konzept	76
6.3	Eindimensionale Elemente	81
6.3.1	Zweiknotiges, lineares Stabelement	81
6.3.2	Dreiknotiges, quadratisches Stabelement	83
6.3.3	Balkenelemente	84
6.4	Zweidimensionale Elemente	89
6.4.1	Scheibenelement	90
6.4.2	Schalenelemente	95
6.5	Dreidimensionale Elemente	100
6.5.1	Hexaederelemente	100
6.5.2	Pentaederelemente	101
6.5.3	Tetraederelemente	102
6.6	Aufgaben	103
	Literaturverzeichnis	103
7	Mathematische und numerische Aspekte der FEM	105
7.1	Mathematische Anforderungen an finite Elemente	105
7.1.1	Bedingungen für die Konvergenz der Lösung	105
7.1.2	Verfahren zur Reduktion des Diskretisierungsfehlers	107

7.2	Numerische Integration	110
7.2.1	Newton-Cotes-Quadratur	111
7.2.2	Gauß-Quadratur	114
7.2.3	Mehrdimensionale Integrale	115
7.2.4	Anwendungshinweise zum Integrationsverfahren	118
7.3	Elementversteifung (<i>Locking</i>)	120
7.3.1	Beschreibung des Locking-Effekts	120
7.3.2	Maßnahmen zur Vermeidung von Elementversteifung	121
7.3.3	Null-Energie-Moden	124
7.4	Praxis-Hinweise zur Modellierung	125
7.4.1	Vernetzungsmethoden	126
7.4.2	Anforderungen an die Elementauswahl und Vernetzung	127
7.4.3	Ausnutzung von Symmetrien bei der Vernetzung	129
7.5	Aufgaben	130
	Literaturverzeichnis	130
8	Lineare zeitabhängige FEM	131
8.1	Herleitung der dynamischen FEM über virtuelle Verschiebungen	132
8.2	Numerische Modalanalyse	133
8.2.1	Modale Transformation	137
8.2.2	Modale Reduktion	138
8.2.3	Näherungsweise Berechnung des Eigenwertproblems	139
8.2.4	Anwendungsgebiete der Modalanalyse	141
8.3	Berücksichtigung von Dissipationseffekten	141
8.3.1	Proportionale und modale Dämpfung	143
8.4	Frequenzganganalyse	145
	Literaturverzeichnis	148
9	Geometrische Nichtlinearität	149
9.1	Einführung zur geometrischen Nichtlinearität	150
9.2	Kinematische Beschreibung	151
9.2.1	Konfigurationen	151
9.2.2	Deformations- und Verschiebungsgradient	153
9.3	Beispiele eindimensionaler Verzerrungs- und Spannungsmaße	155
9.4	Allgemeine nichtlineare Verzerrungsmaße	158
9.5	Zeitliche Ableitungen der Deformation	161
9.6	Transformation von Volumen- und Flächenelementen	163
9.7	Spannungsmaße bei nichtlinearer Betrachtung	165
9.8	Energieprinzipien in nichtlinearer Form	166
9.8.1	Upgedatete-Lagrange-Formulierung	167
9.8.2	Totale-Lagrange-Formulierung	169
9.8.3	Diskretisierung	170
	Literaturverzeichnis	172

10	Materielle Nichtlinearität	173
10.1	Übersicht über konstitutive Beziehungen	174
10.2	Eindimensionales, zeitunabhängiges, elastoplastisches Verhalten	176
10.2.1	Mathematische Formulierung	177
10.3	Mehrrachsige dehnratenunabhängige Elastoplastizität	183
10.3.1	Die Fließbedingung	184
10.3.2	Die Fließregel	188
10.3.3	Das Verfestigungsgesetz	189
10.3.4	Die Konsistenzbedingung und die Materialtangente	191
10.3.5	Berücksichtigung der Dehnratenabhängigkeit	192
10.4	Numerische Umsetzung der J_2 -Plastizität	193
	Literaturverzeichnis	196
11	Kontaktmodellierung	197
11.1	Grundlegende Begriffe	198
11.1.1	Bedingung für Normalkontakt	199
11.1.2	Behandlung von tangentialem Gleiten	201
11.2	Verfahren zur Kontaktdetektion	202
11.3	Kontaktformulierungen	205
11.3.1	Kinematische Zwangsbedingungen (<i>Multi-Point-Constraint</i>)	206
11.3.2	Penalty-Verfahren	206
11.3.3	Lagrange-Multiplikator-Verfahren	209
11.3.4	Augmented-Lagrange-Verfahren	210
	Literaturverzeichnis	210
12	Gleichungslösung bei nichtlinearen statischen Problemen	211
12.1	Newton-Raphson-Verfahren	212
12.2	Anwendung des Verfahrens auf die FEM	213
12.2.1	Linearisierung	214
12.2.2	Inkrementell-iteratives Verfahren	217
12.2.3	Konvergenz des Newton-Raphson-Verfahrens	218
12.2.4	Hinweis zur Zeitabhängigkeit	219
12.3	Weitere Verfahren für nichtlineare Gleichungssysteme	220
	Literaturverzeichnis	222
13	Zeitintegration von nichtlinearen dynamischen Problemen	223
13.1	Einführung	224
13.2	Implizite Zeitintegration nach dem Newmark- β -Verfahren	227
13.3	Explizite Zeitintegration nach dem zentralen Differenzenverfahren	231
13.3.1	Praktische Umsetzung des Verfahrens	235
13.3.2	Punktmassenmatrix	236
13.3.3	Nutzung quadratischer Ansatzfunktionen in expliziten Verfahren	237
13.3.4	Stabilitätskriterium	238
13.3.5	Maßnahmen zur Reduktion der Rechenzeit	242
13.3.6	Dynamische Relaxation	243
13.4	Gegenüberstellung der beiden Zeitintegrationsverfahren	244

13.5 Aufgaben	245
Literaturverzeichnis	246
14 Blechumformsimulation	247
14.1 Grundlagen der Blechumformung	247
14.1.1 Ablauf einer Blechumformung	248
14.1.2 Mechanische Größen in der Blechumformung	249
14.1.3 Materialmodellierung bei Blechwerkstoffen	251
14.1.4 Herstellbarkeitsbewertung und Versagensarten	255
14.2 Explizite Simulation des Tiefziehens	256
14.2.1 Beispielmodell	257
14.2.2 Zeitsteuerung und allgemeine numerische Parameter	261
14.2.3 Ausgabesteuerung	264
14.2.4 Definition von Bauteilen, Elementtypen und Materialien	265
14.2.5 Definition der Umformkontakte	267
14.2.6 Erstellen der Randbedingungen	268
14.2.7 Durchführung einer Berechnung	274
14.2.8 Einführung in die Ergebnisauswertung einer Umformsimulation ..	275
14.3 Statisch-implizite Aufsprung-Simulation	277
14.3.1 Genereller Modellaufbau	278
14.3.2 Implizite Steuerkarten	279
14.3.3 Auswertung der Ergebnisse	283
Literaturverzeichnis	284
A Mathematische Hilfsmittel	285
A.1 Matrizenrechnung und Matrixschreibweise	285
A.2 Tensor- und Indexnotation	288
A.3 Einheitensysteme	290
Literaturverzeichnis	290
B Einführung in die Simulation mit LS-DYNA	291
Kurzlösungen zu den Aufgaben	299
Sachwortverzeichnis	305