

Inhaltsverzeichnis

Bemerkungen zur Mathematischen Physik	xi
Motive und Ziele	xi
Inhalte des Buches ‚Klassische Mechanik‘	xiii
Vorwort zur zweiten Auflage	xiv
Zur Notation	xv
Kleines Englisch-Wörterbuch	xvi
1 Einleitung	1
2 Dynamische Systeme	11
2.1 Iterierte Abbildungen, dynamische Systeme	12
2.2 Stetige dynamische Systeme	16
2.3 Differenzierbare dynamische Systeme	26
3 Gewöhnliche Differentialgleichungen	31
3.1 Definitionen und Beispiele	32
3.2 Lokale Existenz und Eindeutigkeit der Lösung	37
3.3 Globale Existenz und Eindeutigkeit der Lösung	44
3.4 Transformation in ein dynamisches System	47
3.5 Das maximale Existenzintervall	50
3.6 Der Hauptsatz der Differentialgleichungstheorie	53
3.6.1 Linearisierung der DGL entlang einer Trajektorie	54
3.6.2 Aussage und Beweis des Hauptsatzes	55
3.6.3 Folgerungen aus dem Hauptsatz	58
4 Lineare Dynamik	61
4.1 Homogene lineare autonome Differentialgleichungen	62
4.2 Explizit zeitabhängige lineare Differentialgleichungen	69
4.3 Quasipolynome	74
5 Klassifikation linearer Flüsse	77
5.1 Konjugationen linearer Flüsse	78
5.2 Hyperbolische lineare Vektorfelder	80
5.3 Lineare Flüsse in der Ebene	84
5.4 Beispiel: Feder mit Reibung	88

6	Hamiltonsche Gleichungen und Symplektische Gruppe	93
6.1	Gradientenflüsse und hamiltonsche Systeme	94
6.1.1	Gradienten-Differentialgleichungen	94
6.1.2	Hamiltonsche Systeme	97
6.2	Die symplektische Gruppe	99
6.2.1	Lineare hamiltonsche Systeme	99
6.2.2	Symplektische Geometrie	100
6.2.3	Die symplektische Algebra	105
6.3	Lineare hamiltonsche Systeme	108
6.3.1	Harmonische Oszillatoren	108
6.3.2	Harmonische Gitterschwingungen	115
6.3.3	Teilchen im konstanten elektromagnetischen Feld	118
6.4	Unterräume symplektischer Vektorräume	121
6.5	* Der Maslov-Index	124
7	Stabilitätstheorie	133
7.1	Stabilität linearer Differentialgleichungen	134
7.2	Liapunov-Funktionen	137
7.3	Verzweigungen	140
7.3.1	Verzweigungen von Ruhelagen	140
7.3.2	Verzweigungen periodischer Orbits	144
7.3.3	Verzweigungen des Phasenraums	147
8	Variationsprinzipien	149
8.1	Lagrange- und Hamilton-Gleichungen	150
8.2	Holonome Zwangsbedingungen	155
8.3	Das hamiltonsche Variationsprinzip	158
8.4	Die Geodätische Bewegung	165
8.5	Die Jacobi-Metrik	170
8.6	Das fermatsche Prinzip	174
8.7	Die geometrische Optik	177
9	Ergodentheorie	183
9.1	Maßerhaltende dynamische Systeme	184
9.2	Ergodische dynamische Systeme	187
9.3	Mischende dynamische Systeme	190
9.4	Der birkhoffsche Ergodensatz	197
9.5	Der poincarésche Wiederkehrsatz	203
10	Symplektische Geometrie	207
10.1	Symplektische Mannigfaltigkeiten	208
10.2	Lie-Ableitung und Poisson-Klammer	214
10.3	Kanonische Transformationen	219
10.4	Lagrange-Mannigfaltigkeiten	225
10.5	Erzeugende kanonischer Transformationen	228

11 Bewegung im Potential	231
11.1 Allgemein gültige Eigenschaften	232
11.1.1 Existenz des Flusses	232
11.1.2 Reversibilität des Flusses	233
11.1.3 Erreichbarkeit	234
11.2 Bewegung im periodischen Potential	235
11.2.1 Existenz der asymptotischen Geschwindigkeiten	236
11.2.2 Verteilung der asymptotischen Geschwindigkeiten	238
11.2.3 Ballistische und diffusive Bewegung	242
11.3 Himmelsmechanik	245
11.3.1 Geometrie des Kepler-Problems	246
11.3.2 Zwei Gravitationszentren	254
11.3.3 Das n -Körper-Problem	259
12 Streutheorie	267
12.1 Potentialstreuung	268
12.2 Die Møller-Transformationen	276
12.3 Der differentielle Wirkungsquerschnitt	283
12.4 Zeitverzögerung, Radon-Transform., Inverse Streutheorie	287
12.5 Kinematik der Streuung von n Teilchen	295
12.6 * Asymptotische Vollständigkeit	300
13 Integrale Systeme und Symmetrien	313
13.1 Was bedeutet Integrabilität? Ein Beispiel	314
13.2 Der Satz von Liouville-Arnol'd	317
13.3 Winkel-Wirkungskoordinaten	323
13.4 Die Impulsabbildung	331
13.5 * Reduktion des Phasenraums	338
14 Starre und bewegliche Körper	353
14.1 Bewegungen des Raumes	354
14.2 Kinematik starrer Körper	355
14.3 Lösung der Bewegungsgleichungen	361
14.3.1 Kräftefreie Kreisel	362
14.3.2 Schwere (symmetrische) Kreisel	368
14.4 Bewegliche Körper, anholonome Systeme	371
14.4.1 Geometrie beweglicher Körper	371
14.4.2 Anholonome Zwangsbedingungen	374
15 Störungstheorie	377
15.1 Bedingt-periodische Bewegung des Torus	378
15.2 Störungstheorie für eine Winkelvariable	386
15.3 Hamiltonsche Störungstheorie erster Ordnung	389
15.4 KAM-Theorie	398
15.4.1 * Ein Beweis des KAM-Satzes	399
15.4.2 Maß der KAM-Tori	410

15.5	Diophantische Bedingung und Kettenbrüche	415
15.6	Cantori: Am Beispiel der Standardabbildung	420
16	Relativistische Mechanik	425
16.1	Die Lichtgeschwindigkeit	426
16.2	Die Lorentz- und die Poincaré-Gruppe	428
16.3	Geometrie des Minkowski-Raumes	433
16.4	Die Welt in relativistischer Sichtweise	439
16.5	Von Einstein zu Galilei — und zurück	444
16.6	Relativistische Dynamik	449
17	Symplektische Topologie	451
17.1	Das symplektische Kamel und das Nadelöhr	452
17.2	Der Satz von Poincaré-Birkhoff	456
17.3	Die Arnol'd-Vermutung	460
A	Topologische Räume und Mannigfaltigkeiten	463
A.1	Topologie und Metrik	463
A.2	Mannigfaltigkeiten	471
A.3	Das Tangentialbündel	477
B	Differentialformen	485
B.1	Äußere Formen	486
B.2	Differentialformen auf dem \mathbb{R}^n	491
B.3	Integration von Differentialformen	496
B.4	Differentialformen auf Mannigfaltigkeiten	499
B.5	Innere Ableitung und Lie-Ableitung	500
B.6	Der Satz von Stokes	503
B.7	Das Poincaré-Lemma	507
B.8	de-Rham-Kohomologie	511
C	Konvexität und Legendre-Transformation	514
C.1	Konvexe Mengen und Funktionen	514
C.2	Die Legendre-Fenchel-Transformation	515
D	Fixpunkt- und Urbildsätze	519
E	Gruppentheorie	522
E.1	Gruppen	522
E.2	Lie-Gruppen	525
E.3	Lie-Algebren	528
E.4	Lie-Gruppenwirkungen	533

F Bündel, Zusammenhang, Krümmung	537
F.1 Faserbündel	537
F.2 Zusammenhänge auf Faserbündeln	541
F.3 Distributionen und der Satz von Frobenius	547
F.4 Holonomie und Krümmung	549
G Morse–Theorie	552
G.1 Morse–Ungleichungen	552
G.2 Singuläre Homologie	556
G.3 Geodätische Bewegung und Morse–Theorie	560
H Lösungen der Aufgaben	568
Literaturverzeichnis	627
Namensregister	638
Symboltabelle	640
Abbildungsnachweis	641
Sachregister	643