

# Inhalt

<b>Verzeichnis der statistischen Tafeln</b> . . . . .	XXI
<b>Einige Symbole</b> . . . . .	XXIII
<b>Einleitung</b> . . . . .	1
<b>Einführung in die Statistik</b> . . . . .	3
<b>0 Vorbemerkungen</b>	
01 Mathematische Abkürzungen . . . . .	6
02 Rechenoperationen . . . . .	6
03 Rechenhilfsmittel . . . . .	17
04 Rundungen . . . . .	20
05 Rechnen mit fehlerbehafteten Zahlen . . . . .	21
06 Sinnvolle Quotienten: Verhältniszahlen . . . . .	22
07 Einige graphische Darstellungen . . . . .	24
<b>1 Statistische Entscheidungstechnik</b>	
▶ 11 Statistik und wissenschaftliche Methode . . . . .	26
12 Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	28
▶ 121 Die statistische Wahrscheinlichkeit . . . . .	28
▶ 122 Axiome und Additionssatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	29
▶ 123 Bedingte Wahrscheinlichkeit und Stochastische Unabhängigkeit . . . . .	32
124 Das Bayessche Theorem . . . . .	36
▶ 125 Die Zufallsvariable . . . . .	38
126 Verteilungsfunktion und Wahrscheinlichkeitsfunktion . . . . .	39
13 Der Weg zur Normalverteilung . . . . .	41
▶ 131 Grundgesamtheit und Stichprobe . . . . .	41
▶ 132 Die Erzeugung zufälliger Stichproben . . . . .	43
▶ 133 Eine Häufigkeitsverteilung . . . . .	46
▶ 134 Glockenkurve und Normalverteilung . . . . .	49
▶ 135 Abweichungen von der Normalverteilung . . . . .	54
▶ 136 Kennwerte eingipfliger Verteilungen . . . . .	55
1361 Das Schätzen von Parametern . . . . .	55
1362 Das arithmetische Mittel und die Standardabweichung . . . . .	57
1363 Berechnung des Mittelwertes und der Standardabweichung . . . . .	57
1364 Berechnung des Mittelwertes und der Standardabweichung bei großen Stichprobenumfängen: Die Einzelwerte sind in Klassen eingeteilt . . . . .	60

1365	Das gewogene arithmetische Mittel, die gewogene Varianz und das gewichtete arithmetische Mittel . . . . .	63
1366	Der Variationskoeffizient . . . . .	64
1367	Beispiele zur Normalverteilung . . . . .	65
▶ 137	Das Wahrscheinlichkeitsnetz . . . . .	67
138	Weitere Maßzahlen zur Charakterisierung einer eindimensionalen Häufigkeitsverteilung . . . . .	70
1381	Das geometrische Mittel . . . . .	70
1382	Das harmonische Mittel . . . . .	72
1383	Median und Dichtemittel . . . . .	74
1384	Der Standardfehler des arithmetischen Mittels und des Medians . . . . .	76
1385	Die Spannweite . . . . .	78
1386	Der Interzeilbereich . . . . .	79
1387	Schiefe und Exzeß . . . . .	81
139	Die logarithmische Normalverteilung . . . . .	86
▶ 14	Der Weg zum statistischen Test . . . . .	90
141	Statistische Sicherheit . . . . .	90
142	Nullhypothese und Alternativhypothese . . . . .	91
143	Risiko I und Risiko II . . . . .	94
144	Signifikanzniveau und Hypothesen sind nach Möglichkeit vor der Datengewinnung festzulegen . . . . .	96
145	Der statistische Test . . . . .	97
146	Einseitige und zweiseitige Tests . . . . .	100
147	Die Teststärke . . . . .	101
148	Verteilungsfreie Verfahren . . . . .	105
149	Entscheidungsprinzipien . . . . .	107
▶ 15	Drei wichtige Prüfverteilungen . . . . .	109
151	Die Student-Verteilung . . . . .	109
152	Die $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	110
153	Die <i>F</i> -Verteilung . . . . .	115
16	Diskrete Verteilungen . . . . .	127
▶ 161	Der Binomialkoeffizient . . . . .	127
▶ 162	Die Binomialverteilung . . . . .	133
163	Die hypergeometrische Verteilung . . . . .	139
▶ 164	Die Poisson-Verteilung . . . . .	142
▶ 165	Das Thorndike-Nomogramm . . . . .	148
▶ 166	Vergleich der Mittelwerte von Poisson-Verteilungen . . . . .	151
167	Der Dispersionsindex . . . . .	153
168	Der Multinomialkoeffizient . . . . .	155
169	Die Multinomialverteilung . . . . .	156

## 2 Die Anwendung statistischer Verfahren in Medizin und Technik

21	Medizinische Statistik . . . . .	158
211	Kritik des Urmaterials . . . . .	159
212	Die Zuverlässigkeit von Laboratoriumsmethoden . . . . .	159
213	Die Krankheit als Erfahrungssache und Massenerscheinung . . . . .	163
214	Retrospektive und prospektive Vergleichsreihen . . . . .	163
215	Der therapeutische Vergleich . . . . .	166
216	Die Wahl geeigneter Stichprobenumfänge für den klinischen Versuch . . . . .	170

22	Folgetestpläne . . . . .	173
23	Wertbemessung biologisch wirksamer Substanzen auf Grund alternativer Dosis-Wirkungs-Kurven . . . . .	177
24	Technische Statistik . . . . .	181
241	Qualitätsüberwachung im Industriebetrieb . . . . .	181
2411	Kontrollkarten . . . . .	181
2412	Abnahmeprüfung . . . . .	183
2413	Qualitätsverbesserung . . . . .	183
242	Lebensdauer und Zuverlässigkeit technischer Erzeugnisse . . . . .	184
25	Unternehmensforschung . . . . .	188
251	Linearplanung . . . . .	188
252	Spieltheorie und Planspiel . . . . .	189
253	Monte-Carlo-Technik und Computer-Simulation . . . . .	190

### 3 Der Vergleich unabhängiger Stichproben gemessener Werte

31	Vertrauensbereich des Mittelwertes und des Medians . . . . .	195
▶ 311	Vertrauensbereich des Mittelwertes . . . . .	195
▶ 312	Schätzung von Stichprobenumfängen . . . . .	197
313	Die mittlere absolute Abweichung . . . . .	199
▶ 314	Vertrauensbereich des Medians . . . . .	201
▶ 32	Vergleich eines empirischen Mittelwertes mit dem Mittelwert einer normalverteilten Grundgesamtheit . . . . .	201
▶ 33	Vergleich einer empirischen Varianz mit ihrem Parameter . . . . .	204
34	Vertrauensbereich der Varianz und des Variationskoeffizienten . . . . .	204
▶ 35	Vergleich zweier empirisch ermittelter Varianzen normalverteilter Grundgesamtheiten . . . . .	205
▶ 36	Vergleich zweier empirischer Mittelwerte normalverteilter Grundgesamtheiten . . . . .	209
37	Schnelltests, die angenähert normalverteilte Meßwerte voraussetzen . . . . .	216
371	Vergleich der Streuungen zweier kleiner Stichproben nach Pillai und Buenaventura . . . . .	216
372	Vergleich der Mittelwerte zweier kleiner Stichproben nach Lord . . . . .	216
373	Vergleich der Mittelwerte mehrerer Stichproben gleicher Umfänge nach Dixon . . . . .	218
38	Ausreißerproblem und Toleranzgrenzen . . . . .	219
39	Verteilungsfreie Verfahren für den Vergleich unabhängiger Stichproben . . . . .	224
391	Der Rangdispersionstest von Siegel und Tukey . . . . .	225
392	Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben: Schnelltest von Tukey . . . . .	227
393	Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben nach Kolmogoroff und Smirnow . . . . .	228
▶ 394	Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben: <i>U</i> -Test von Wilcoxon, Mann und Whitney . . . . .	230
▶ 395	Der Vergleich mehrerer unabhängiger Stichproben: <i>H</i> -Test von Kruskal und Wallis . . . . .	238

### 4 Weitere Prüfverfahren

▶ 41	Herabsetzung des Stichprobenfehlers durch gepaarte Beobachtungen: Paarige Stichproben . . . . .	241
------	---	-----

42	Paarweise angeordnete Beobachtungen . . . . .	242
▶ 421	Der $t$ -Test für paarweise angeordnete Meßwerte . . . . .	242
	4211 Prüfung des Mittelwertes der Paardifferenzen auf Null . . . . .	242
	4212 Prüfung der Gleichheit zweier Varianzen paariger Stichproben . . . . .	244
▶ 422	Der Wilcoxon-Test für Paardifferenzen . . . . .	244
423	Der Maximum-Test für Paardifferenzen . . . . .	246
424	Der Vorzeichentest von Dixon und Mood . . . . .	247
▶ 43	Die Prüfung von Verteilungen mit dem $\chi^2$ -Anpassungstest . . . . .	251
▶ 431	Vergleich von beobachteten Häufigkeiten mit Spaltungsziffern . . . . .	252
▶ 432	Vergleich einer empirischen Verteilung mit der Gleichverteilung . . . . .	252
▶ 433	Vergleich einer empirischen Verteilung mit der Normalverteilung . . . . .	252
434	Vergleich einer empirischen Verteilung mit der Poisson-Verteilung . . . . .	255
44	Der Kolmogoroff-Smirnoff-Test für die Güte der Anpassung . . . . .	256
45	Die Häufigkeit von Ereignissen . . . . .	258
▶ 451	Vertrauensgrenzen einer beobachteten Häufigkeit bei binomialverteilter Grundgesamtheit. Der Vergleich einer relativen Häufigkeit mit dem zugrunde liegenden Parameter . . . . .	258
▶ 452	Schnellschätzung der Vertrauensgrenzen einer beobachteten relativen Häufigkeit nach Clopper und Pearson . . . . .	264
▶ 453	Schätzung des Mindestumfanges einer Stichprobe bei ausgezählten Werten . . . . .	265
454	Der Vertrauensbereich für seltene Ereignisse . . . . .	266
455	Vergleich zweier Häufigkeiten: Prüfung, ob sie in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen . . . . .	268
46	Die Auswertung von Vierfeldertafeln . . . . .	269
▶ 461	Der Vergleich zweier Prozentsätze – die Analyse von Vierfeldertafeln . . . . .	269
462	Mehrfache Anwendung des Vierfelder- $\chi^2$ -Tests und anderes . . . . .	281
463	Der von McNemar modifizierte Vorzeichentest . . . . .	283
464	Die additive Eigenschaft von $\chi^2$ . . . . .	285
465	Die Kombination von Vierfeldertafeln . . . . .	285
466	Der Kontingenzkoeffizient von Pearson . . . . .	288
▶ 467	Der exakte Test von Fisher auf Unabhängigkeit, zugleich eine Approximation für den Vergleich der Grundwahrscheinlichkeiten zweier Binomialverteilungen . . . . .	288
47	Prüfung der Zufällsmäßigkeit einer Folge von Alternativdaten oder Meßwerten . . . . .	291
471	Die sukzessive Differenzenstreuung . . . . .	291
472	Der Iterationstest für die Prüfung, ob eine Folge von Alternativdaten oder von Meßwerten eine zufallsgemäße ist . . . . .	291
473	Phasenhäufigkeitstest von Wallis und Moore . . . . .	295
48	Prüfung einer Zeitreihe auf Trendänderung: Der Vorzeichen-Trendtest von Cox und Stuart . . . . .	296

## 5 Abhängigkeitsmaße: Korrelation und Regression

▶ 51	Vorbemerkung und Übersicht . . . . .	298
▶ 52	Typisierung korrelativer Zusammenhänge . . . . .	306
53	Verteilungsfreie Abhängigkeitsmaße . . . . .	308
▶ 531	Der Spearman'sche Rang-Korrelationskoeffizient . . . . .	309
532	Quadrantenkorrelation . . . . .	312
533	Der Eckentest nach Olmstead und Tukey . . . . .	314

54	Schätzverfahren . . . . .	315
▶	541 Schätzung des Korrelationskoeffizienten . . . . .	315
▶	542 Schätzung der Regressionsgeraden . . . . .	316
▶	543 Die Schätzung einiger Standardabweichungen . . . . .	319
	544 Schätzung des Korrelationskoeffizienten und der Regressionsgeraden aus einer Korrelationstabelle . . . . .	323
▶	545 Vertrauensgrenzen des Korrelationskoeffizienten . . . . .	328
55	Prüfverfahren . . . . .	329
▶	551 Prüfung des Vorhandenseins einer Korrelation sowie einige Vergleiche 552 Weitere Anwendungen der $z$ -Transformation . . . . .	329 333
▶	553 Prüfung der Linearität einer Regression . . . . .	335
▶	554 Prüfung des Regressionskoeffizienten gegen Null . . . . .	339
	555 Prüfung der Differenz zwischen einem geschätzten und einem hypothe- tischen Regressionskoeffizienten . . . . .	339
	556 Prüfung der Differenz zwischen einem geschätzten und einem hypothe- tischen Achsenabschnitt . . . . .	340
	557 Vertrauensgrenzen für den Regressionskoeffizienten, für den Achsen- abschnitt und für die Restvarianz. . . . .	340
▶	558 Vergleich zweier Regressionskoeffizienten . . . . .	341
▶	559 Vertrauensbereiche für die Regressionsgerade. . . . .	342
56	Nichtlineare Regression . . . . .	344
57	Einige linearisierende Transformationen . . . . .	350
▶	58 Partielle und multiple Korrelationen und Regressionen. . . . .	351

## 6 Die Auswertung von Mehrfeldertafeln

61	Vergleich mehrerer Stichproben von Alternativdaten und die Analyse einer $k \cdot 2$ -Felder-Kontingenztafel . . . . .	357
▶	611 Der $k \cdot 2$ -Felder- $\chi^2$ -Test nach Brandt und Snedecor . . . . .	357
	612 Der Vergleich zweier unabhängiger empirischer Verteilungen von Häu- figkeitsdaten nach Brandt-Snedecor . . . . .	361
	613 Zerlegung der Freiheitsgrade einer $k \cdot 2$ -Feldertafel . . . . .	361
▶	614 Prüfung einer $k \cdot 2$ -Feldertafel auf Trend: Der Anteil der linearen Regression an der Gesamtvariation . . . . .	365
62	Die Analyse von Zweiwegtafeln des Typs $r \cdot c$ . . . . .	366
▶	621 Prüfung auf Unabhängigkeit oder Homogenität. . . . .	366
	622 Prüfung der Stärke des Zusammenhanges zwischen zwei kategorial auf- gegliederten Merkmalen. Der Vergleich mehrerer Kontingenztafeln hinsichtlich der Stärke des Zusammenhanges anhand des korrigierten Kontingenzkoeffizienten von Pawlik . . . . .	371
	623 Prüfung auf Trend: Der Anteil der linearen Regression an der Gesamt- variation. Der Vergleich der Regressionskoeffizienten einander ent- sprechender Mehrfeldertafeln . . . . .	373
	624 Prüfung quadratischer Mehrfeldertafeln auf Symmetrie . . . . .	376
▶	625 Der Einsatz der Informationsstatistik für die Prüfung von Mehrfelder- tafeln auf Unabhängigkeit oder Homogenität . . . . .	377

## 7 Varianzanalytische Methoden

▶	71 Vorbemerkung und Übersicht . . . . .	381
	72 Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen . . . . .	381
	721 Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen gleich großer Stichproben- gruppen nach Hartley . . . . .	381

722	Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen nach Cochran . . . . .	383
▶ 723	Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen gleicher oder unterschiedlich großer Stichprobengruppen nach Bartlett . . . . .	384
▶ 73	Einfache Varianzanalyse. . . . .	386
731	Varianzanalytischer Vergleich mehrerer Mittelwerte . . . . .	386
732	Beurteilung linearer Kontraste nach Scheffé . . . . .	391
733	Transformationen . . . . .	395
▶ 74	Zweifache und dreifache Varianzanalyse . . . . .	397
741	Varianzanalyse für die dreifache Klassifizierung mit $2ab$ Beobachtungen . . . . .	397
742	Multiple Vergleiche von Mittelwerten nach Scheffé, nach Student-Newman-Keuls und nach Tukey . . . . .	410
743	Zweifache Varianzanalyse mit einer Beobachtung pro Zelle . . . . .	411
75	Varianzanalytische Schnelltests . . . . .	416
751	Varianzanalytischer Schnelltest und multiple Vergleiche von Mittelwerten nach Link und Wallace . . . . .	416
752	Multiple Vergleiche unabhängiger Stichproben nach Nemenyi . . . . .	420
▶ 76	Rangvarianzanalyse für mehrere verbundene Stichproben . . . . .	422
761	Friedman-Test: Doppelte Zerlegung mit einer Beobachtung pro Zelle . . . . .	422
762	Multiple Vergleiche abhängiger Stichproben nach Wilcoxon und Wilcox . . . . .	426
▶ 77	Prinzipien der Versuchsplanung . . . . .	429
	Behandlung wissenschaftlicher Probleme . . . . .	435
	Fünf Jahreszahlen zur Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Statistik . . . . .	436
	<b>Benutztes Schrifttum und weiterführende Literatur.</b> . . . . .	437
	<b>Übungsaufgaben</b> . . . . .	496
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	502
	<b>Eine Auswahl englischer Fachausdrücke</b> . . . . .	507
	<b>Namenverzeichnis</b> . . . . .	509
	<b>Sachverzeichnis</b> . . . . .	521