

# Inhaltsverzeichnis

## 1. MATHEMATISCHE GRUNDBEGRIFFE

Einleitung 19

1.1. Mengen 20

*Mengentheoretische Notationen, spezielle Mengen, Bildung neuer Mengen / Boolesche Operationen, Potenzmenge, Boolesche Algebren / Paare, n-Tupel, Folgen, kartesische Produkte / Vektoren, Matrizen / Vereinfachende Schreibweisen*

1.2. Korrespondenzen und Abbildungen 27

*Definition und Bildung von Korrespondenzen / Abbildungen, Eigenschaften von Abbildungen / Charakteristische Funktion, Projektionen / Diagramme*

1.3. Relationen und Graphen 31

*Relationen und Korrespondenzen / Gerichtete Graphen, ihre Darstellung durch Pfeildiagramme und Matrizen / Kantenbewertete und eckenbewertete gerichtete Graphen / Eigenschaften von Relationen / Hüllen von Relationen, das Verfahren von Warshall / Abschluß unter Operationen / Geordnete Mengen, Verbände / Äquivalenzrelationen, Äquivalenzklassen, Abbildungssatz*

1.4. Monoide und Homomorphismen 37

*Halbgruppen, Monoide / Unterhalbgruppen, Untermonoide, Erzeugendensysteme / Gruppen, Halbringe, Matrizen und Vektoren über Halbringen / Homomorphismen, Isomorphismen, Kongruenzrelationen, Homomorphiesatz / Freie Halbgruppen, freie Monoide / Das freie Monoid der Worte über einer Menge / Homomorphismen und Kürzungsregeln*

1.5. Beweismethoden 45

*Indirekter Beweis / Dedekindsches Schubfächerprinzip / Beweis mit vollständiger Induktion*

Literatur zu 1. 49

## 2. DER MEALY-AUTOMAT (MLA)

2.1. Einführendes Beispiel 50

*Meßvorrichtung zur Bestimmung eines Umdrehungssinnes*

2.2. Definition, ein Beispiel und ein Gegenbeispiel 54

*Definition des MLA / Serienaddierer / Unmöglichkeit der Multiplikation*

<u>2.3.</u> Leistung, Äquivalenz, Reduktion	56
<i>Leistung und Äquivalenz von Zuständen bzw. MLA'n / Konstruktion reduzierter MLA'n</i>	
2.4. Zur Bestimmung der Zustandsäquivalenz	61
<i>Einfaches Tabellenverfahren</i>	
<u>2.5.</u> Das Verfahren von Hopcroft/Gries	64
<i>Schnelles Verfahren zur Bestimmung der Zustandsäquivalenz</i>	
2.6. Unterscheidbarkeit von Eingabefolgen	80
<i>Eingabeunterscheidende MLA'n / Länge unterscheidbarer Eingabefolgen / Periodizitätssatz</i>	
2.7. Mealy-Automaten mit endlichem Gedächtnis	86
<i>Definition, Gegenbeispiel / Gedächtnislänge und Zustandsanzahl</i>	
Aufgaben	91
<i>U. a. Konstruktion spezieller Automaten, Satz von Raney über Automatenabbildungen, MLA-Transduktionen, verschiedene Äquivalenz- und Reduziertheitsbegriffe, Übungsbeispiele zu 2.4. und 2.5., MLA'n mit Fundamenteleigenschaft, Gedächtnisbestimmung</i>	
Literaturhinweise und historische Bemerkungen	96
Literatur zu 2.	97
3. DER MOORE-AUTOMAT (MrA)	
<u>3.1.</u> Einführendes Beispiel	100
<i>Einfacher BNF-Syntaxanalysator</i>	
<u>3.2.</u> Definition und erster Vergleich mit dem Mealy-Automaten	104
<i>Eingabeunabhängige MLA'n / Als MrA'n auffassbare MLA'n</i>	
<u>3.3.</u> Leistung, Äquivalenz, Reduktion	107
<i>Übertragung der Begriffe und Resultate aus 2.3. / Moorescher Unbestimmtheitssatz</i>	
<u>3.4.</u> Gleichwertigkeit von Moore- und Mealy-Automaten	109
<i>Konstruktion eines MLA zu einem MrA und eines MrA zu einem MLA</i>	

3.5. Weitere Beispiele	112
<i>Der Konjugiertenklassen-Automat / Überlaufkontrolle bei Addition / Vereinfachung von 3.1.</i>	
<u>3.6.</u> Homomorphismen und Isomorphismen	116
<i>Verschiedene Homomorphismusbegriffe / Zustandsminimale <math>MrA^n</math> / Eindeutigkeit des reduzierten <math>MrA</math></i>	
3.7. Approximation von Abbildungen	120
<i>Nicht durch <math>MrA^n</math> darstellbare Abbildungen / Zustandsanzahlen approximierender <math>MrA^n</math></i>	
<u>3.8.</u> Experimente	128
<i>Das Spiel "Superhirn" als Diagnoseexperiment / Klassifizierung von Experimenten / Existenz-, Längen- und Konstruktionsproblem</i>	
3.9. Einfache diagnostische Vorgabeexperimente mit Zusatzinformation	134
<i>Behandlung der drei Probleme aus 3.8. für Anfangs- und Endidentifizierungsexperimente / Ein adaptives Verfahren</i>	
Aufgaben	147
<i>U.a. Konstruktionen spezieller Automaten, detaillierter Vergleich von <math>MrA^n</math> und <math>MLA^n</math>, Übertragung von Resultaten aus 2., weitere Reduktionsbegriffe, streng zusammenhängende <math>MrA^n</math>, Nichteindeutigkeit minimaler <math>MrA^n</math> mit gleicher sequentieller Relation, darstellbare und nichtdarstellbare Abbildungen, Erkennbarkeit rationaler Zahlen</i>	
Literaturhinweise und historische Bemerkungen	154
Literatur zu 3.	156
4. DER UNVOLLSTÄNDIGE MEALY-AUTOMAT (UM1A)	
<u>4.1.</u> Einführende Beispiele	158
<i>Serienaddierer mit einer Eingabeleitung / LR(1)-Analyzer / Decodierer für einen Präfix-Code</i>	
<u>4.2.</u> Definition, verschiedene Leistungs- und Äquivalenzbegriffe, Verträglichkeit	167
<i>Definition des UMLA / L-, U- und V-Leistung sowie -Äquivalenz / Verträglichkeit von Zuständen, Entscheidungsverfahren</i>	

4.3. Vervollständigung und Reduktion	175
<i>Übertragung der Resultate aus 2.3. und 3.6. für den Fall der U-Leistung</i>	
<u>4.4.</u> Überdeckung und Minimierung	180
<i>Überdeckungsbegriff, zugehöriges Minimierungsproblem / Existenz verschiedener Minimaler / Zustandsaufspaltung / Transformationen und Überdeckungen / Eindeutigkeit von Transformationen / Irredundante Überdeckungen</i>	
4.5. Algebraische Formulierung des Minimierungsproblems	190
<i>Spezielle Mengensysteme auf einem UMLA / Hüllenoperatoren auf Mengensystemen / Satz von Paull/Unger / Minimierungsverfahren von Grasselli/Luccio</i>	
Aufgaben	201
<i>U.a. weitere Beispiele, UMLA'n und Codierungen, informationsverlustlose Automaten, weitere Minimierungsverfahren, Eigenschaften von Überdeckungen, Transformationen, Mengensystemen</i>	
Literaturhinweise und historische Bemerkungen	207
Literatur zu 4.	209
5. DER RABIN-SCOTT-AUTOMAT	
<u>5.1.</u> Einführende Beispiele	211
<i>Verklemmungen bei parallelen Prozessen / Wertsprachen von Programmschemata / Klassifizierung von Worten / Syntaxanalyse</i>	
<u>5.2.</u> Der nichtdeterministische Rabin-Scott-Automat (NRSA)	223
<i>Verschiedene Typen von NRSA'n / Das Transitionsmonoid eines alphabetischen NRSA / Rechtslineare Grammatiken</i>	
<u>5.3.</u> Leistung, akzeptable Mengen	232
<i>Leistung eines NRSA, akzeptable und rationale Mengen / Äquivalenz der Begriffe rational und akzeptabel, Konstruktionsverfahren</i>	
<u>5.4.</u> Deterministische Automaten und erkennbare Mengen	243
<i>Definition des deterministischen NRSA (DRSA) und des vollständigen DRSA (RSA) / Erkennbare Mengen, Äquivalenz von akzeptabel und erkennbar / Beziehungen zwischen Leistungen von RSA'n, UMLA'n und MrA'n / Satz vom iterierenden Faktor, uvw-Theorem, nichtakzeptable Mengen</i>	

<b>5.5.</b>	<b>Aquivalenz der verschiedenen Begriffe</b>	254
	<i>Aquivalenz von <math>NRSA^n</math> / Leistungsgleichheit von <math>RSA^n</math> und <math>NRSA^n</math>, Äquivalenz der Begriffe <i>rational</i> und <i>erkennbar</i> / Abgeschlossenheit unter den Booleschen Operationen und Quotientenbildung / Nichtakzeptierbarkeit der Quadratzahlen / Entscheidbarkeitsresultate</i>	
<b>5.6.</b>	<b>Gleichungen und Gleichungssysteme</b>	263
	<i>Gleichungen zwischen rationalen Mengen / Das Gleichungssystem eines <math>NRSA</math> / Lineare Gleichungssysteme, Kriterien für Eindeutigkeit der Lösung, Darstellung aller Lösungen</i>	
<b>5.7.</b>	<b>Rationale Ausdrücke</b>	275
	<i>Syntax und Semantik rationaler Ausdrücke und rationaler Gleichungen / Axiomensystem für gültige rationale Gleichungen, Beweise im Axiomensystem</i>	
	<b>Aufgaben</b>	289
	<i>U.a. weitere Beispiele von <math>NRSA^n</math>, von akzeptablen, rationalen, erkennbaren sowie von nichtakzeptablen Mengen / Verfahren zur Bestimmung des Transitionsmonoids / Rationale Substitutionen / Algorithmus von McNaughton/Yamada, eindeutig rationale Mengen / Lokal testbare und stückweise testbare Mengen, asynchrone <math>RSA^n</math> / Eigenschaften der Quotientenoperation, Abschneideoperationen / Ein weiteres einem <math>RSA</math> zugeordnetes Gleichungssystem / Vollständigkeit des Axiomensystems für rationale Gleichungen</i>	
	<b>Literaturhinweise und historische Bemerkungen</b>	299
	<b>Literatur zu 5.</b>	303
<b>6.</b>	<b>UMFORMUNGEN VON AUTOMATEN</b>	
<b>6.1.</b>	<b>Einführende Beispiele</b>	308
	<i><math>NRSA^n</math> mit wesentlich weniger Zuständen als äquivalente <math>DRSA^n</math></i>	
<b>6.2.</b>	<b>Umformung eines <math>NRSA</math> in einen <math>RSA</math></b>	313
	<i>Entfernen überflüssiger Zustände sowie spontaner Transitionen / Umformung in einen alphabetischen, vollständigen Automaten / Die Potenzautomatenkonstruktion</i>	
<b>6.3.</b>	<b>Minimierung deterministischer Automaten</b>	320
	<i>Leistung und Äquivalenz von Mengen von Zuständen / Lokale Leistung und Äquivalenz von <math>NRSA^n</math> / Die Begriffe <i>reduziert</i>, <i>N-minimal</i>, <i>D-minimal</i>, <i>minimal</i> / Entscheidbarkeitsaussagen / Verfahren zur Bestimmung aller Paare</i>	

*äquivalenter Zustände eines RSA, Konstruktion des minimalen RSA / Eindeutigkeit des minimalen DRSA/ Die Optimalität der Potenzautomatenkonstruktion*

6.4.	Das Minimierungsproblem für $NRSA^n$	329
	<i>Beziehungen zwischen verschiedenen Minimalitätsbegriffen, Beispiele / Nichtisomorphe äquivalente <math>N</math>-minimale <math>NRSA^n</math></i>	
6.5.	Methoden zur Verringerung der Zustandsanzahl	336
	<i>Behandlung einer Reihe von Konstruktionen anhand von Beispielen</i>	
6.6.	Quotienten und Ableitungen	341
	<i>Zusammenhang der lokalen Leistung eines <math>NRSA</math> mit der des äquivalenten <math>D</math>-Minimalen sowie mit den Linksquotienten der Leistung des <math>NRSA</math> / Linksableitungen rationaler Ausdrücke, charakteristisches Gleichungssystem eines rationalen Ausdrucks</i>	
	<b>Aufgaben</b>	<b>350</b>
	<i>U.a. weitere Beispiele, weitere Minimierungsverfahren für <math>RSA^n</math>, Übertragung des Homomorphiebegriffs und der Resultate aus 3.6. auf <math>RSA^n</math>, Charakterisierung der akzeptablen Mengen durch Rechts- und Linkskongruenzrelationen, Rechtsableitungen rationaler Ausdrücke, Ähnlichkeit rationaler Ausdrücke, Übertragung von Resultaten aus 5.7. und 6.6., Darstellung der Leistung eines <math>MrA</math> als <math>n</math>-Tupel rationaler Ausdrücke, Konstruktion eines <math>MrA</math> zu einem solchen <math>n</math>-Tupel, erweiterte rationale Ausdrücke</i>	
	<b>Literaturhinweise und historische Bemerkungen</b>	<b>358</b>
	<b>Literatur zu 6.</b>	<b>360</b>
7.	<b>WEITERE CHARAKTERISIERUNGEN AKZEPTABLER MENGEN</b>	
7.1.	Berechnungsfolgen von Programmen, Iarov-Schemata	362
	<i>Beschreibung des Ablaufs von Programmen durch Automaten</i>	
7.2.	Myhill-Graphen	368
	<i>Darstellung rationaler Mengen durch eckenbewertete gerichtete Graphen / Syntaxdiagramme</i>	
7.3.	Standardmengen	374
	<i>Akzeptable Mengen als homomorphe Bilder von Standardmengen / Rationalität der Standardmengen / Medvedev-Costich-Mengen</i>	

7.4. Der Zweiwegautomat (ZWA)	379
<i>Beispiel eines Zweiwegautomaten mit wesentlich weniger Zuständen als ein äquivalenter RSA / Gleichwertigkeit von ZWA'n und RSA'n</i>	
7.5. Automaten mit Vorausschau	388
<i>Beispiele für eindeutig, mehrdeutig bzw. mit k Zeichen Vorausschau akzeptierende NRSA'n / Definition entsprechender Automatentypen, Entscheidbarkeitsaussagen / Schranken für die Länge der Vorausschau</i>	
7.6. Matrizendarstellungen	394
<i>Darstellung rationaler Mengen durch Mengen von Booleschen Matrizen oder von Matrizen über <math>\mathbb{I}\mathbb{N}</math> / Zusammenhang mit den Resultaten aus 7.5.</i>	
<u>7.7.</u> NRSA'n mit einelementigem Eingabealphabet	396
<i>Rationale Mengen, letztlich periodische Zahlenmengen und arithmetische Progressionen / Beispiele nichtakzeptabler Mengen</i>	
Aufgaben	399
<i>U.a. Iarov-Schemata und Programmschemata, verallgemeinerte Myhill-Graphen und homomorphe Bilder rationaler Mengen, Eigenschaften von Standardmengen, pseudo-rationale Mengen, Zweiwegautomaten mit Bandbegrenzungsmarken, Verallgemeinerung des Beispiels aus 7.4., weitere ähnliche Beispiele, weitere Charakterisierungen letztlich periodischer Zahlenmengen, Beispiele nicht-rationaler Mengen</i>	
Literaturhinweise und historische Bemerkungen	404
Literatur zu 7.	406
8. TRANSDUKTOREN UND ZWEIBANDAUTOMATEN	
<u>8.1.</u> Rückblick	407
<i>Vergleich der bisher behandelten Automatentypen</i>	
<u>8.2.</u> Der $\alpha$ -Transduktor	410
<i>Die Ginsburgsche sequentielle Maschine (GSM) / GSM mit akzeptierenden Zuständen (<math>\alpha</math>-GSM), nichtdeterministische <math>\alpha</math>-GSM / <math>\alpha</math>-Transduktoren, Charakterisierung von <math>\alpha</math>-Transduktorabbildungen / Anwendungen des Charakterisierungssatzes</i>	

8.3.	Unentscheidbarkeit der Äquivalenz von $\alpha$ -Transduktoren	420
	<i>Entscheidbarkeit der Äquivalenz von GSM'n / Unentscheidbarkeit der Äquivalenz von NGSM'n / Postisches Korrespondenzproblem</i>	
8.4.	Der Zweiband-Elgot-Mezei-Automat (2-EMA)	426
	<i>Definition des 2-EMA / Gleichwertigkeit von 2-EMA'n und <math>\alpha</math>-Transduktoren / Darstellung eines 2-EMA als NRSA / Eigenschaften der Leistungen von 2-EMA'n, rationale Teilmengen von <math>F(X) \times F(Y)</math>, Rationalität der Projektionen, Abschlußeigenschaften / Akzeptierung von Worten durch 2-EMA'n, lineare Grammatiken</i>	
8.5.	Der Zweiband-Elgot-Eilenberg-Shepherdson-Automat (2-EESA)	435
	<i>2-EESA'n als 2-EMA'n mit spezieller Lesevorschrift / Charakterisierung der Leistungen von 2-EESA'n durch spezielle rationale Mengen / Nichtabgeschlossenheit unter Booleschen Operationen und Produktbildung</i>	
8.6.	Deterministische Zweiband-Automaten	439
	<i>Deterministische 2-EMA'n (D2-EMA), Beispiele, Eigenschaften / Unentscheidbarkeit der Determiniertheit / Alphabetische D2-EMA'n, Nachweis der geringeren Leistungsfähigkeit / Vollständige D2-EMA'n (VD2-EMA'n), Beispiele, Charakterisierungen der Leistungen, erkennbare Teilmengen von <math>F(X) \times F(Y)</math></i>	
8.7.	Der Zweiband-Rabin-Scott-Automat (2-RSA)	452
	<i>Gleichwertigkeit von unvollständigen und vollständigen 2-RSA'n sowie von 2-EMA'n und nichtdeterministischen 2-RSA'n / Eigenschaften der Menge der Leistungen von 2-RSA'n, Nichtabgeschlossenheit unter den Booleschen Operationen sowie gegenüber Produkt- und Untermonoidbildung, Unvergleichbarkeit mit den Leistungen von 2-EESA'n und VD2-EMA'n / Unentscheidbarkeit der Disjunktheit der Leistungen zweier 2-RSA'n</i>	
8.8.	Verallgemeinerungen	460
	<i>Mehrbandautomaten, Mehrkopfautomaten / Nichtdeterministische, deterministische und vollständige Automaten über Monoiden / Rationale und erkennbare Teilmengen von Monoiden / Konstruktion spezieller Monoide</i>	
Aufgaben		468
	<i>U.a. Eigenschaften von GSM- und von <math>\alpha</math>-GSM-Abbildungen, Verschärfung des Satzes von Nivat, Eigenschaften rationaler Transduktionen, Beispiele von rationalen</i>	



*Transduktionen, Zweiwegautomaten und rationale Transduktionen, Beispiele für nicht von 2-EMA'n akzeptierte Mengen, Übertragung des Satzes vom iterierenden Faktor, Verallgemeinerung der Ergebnisse aus 8.5., Durchschnitte erkennbarer Teilmengen mit rationalen Teilmengen eines Monoids, Nichtentscheidbarkeit der Frage, ob eine rationale Menge Leistung eines 2-RSA ist, Automaten mit Bandendemarkierungen*

Literaturhinweise und historische Bemerkungen	477
Literatur zu 8.	480
SACHVERZEICHNIS	483