

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Zufallsexperimente — Deterministische und stochastische Schlußweisen . .	21
--	----

Beschreibende Statistik

Kapitel 1. Aufbereitung einer Menge von Daten über ein quantitatives Merkmal . .	24
---	-----------

1.1. Urliste und Verteilungstafel für ein quantitatives stetiges Merkmal	24
1.2. Urliste und Verteilungstafel für ein quantitatives diskretes Merkmal	27
1.3. Die Klassenbildung für Häufigkeitsverteilungen eines quantitativen Merkmals .	28
1.4. Die graphische Darstellung von Häufigkeitsverteilungen	30
1.4.1. Liniendiagramme	30
1.4.2. Säulendiagramme	32
1.4.3. Kreisdiagramme	33
1.4.4. Die logarithmische Darstellung	34
1.4.5. Darstellung mehrgipfliger Verteilungen	37

Kapitel 2. Statistische Maßzahlen für ein quantitatives Merkmal	39
--	-----------

2.1. Das arithmetische Mittel	39
2.1.1. Definition	39
2.1.2. Sätze über das arithmetische Mittel	40
2.1.3. Berechnung von \bar{x} aus der Urliste	40
2.1.4. Berechnung von \bar{x} aus Verteilungstafeln. Das Multiplikationsverfahren.	40
2.1.5. Berechnung von \bar{x} aus Verteilungstafeln. Das Summenverfahren	43
2.1.6. Arithmetisches Mittel und Klassengröße	43
2.1.7. Das gewogene arithmetische Mittel	45
2.1.8. Eigenschaften des arithmetischen Mittels	45
2.2. Der Zentralwert	46
2.2.1. Definition	46
2.2.2. Berechnung des Zentralwertes	46
2.2.3. Eigenschaften und Anwendungen des Zentralwertes	48
2.3. Das Dichtemittel	49
2.3.1. Definition	49
2.3.2. Berechnung des Dichtemittels aus Reihen mit nur einer Häufungsstelle	49
2.3.3. Reihen mit mehreren Häufungsstellen	50
2.3.4. Eigenschaften und Anwendungen des Dichtemittels	50
2.4. Das geometrische Mittel	51
2.4.1. Definition und Berechnung des geometrischen Mittels	51
2.4.2. Das gewogene geometrische Mittel	51
2.4.3. Eigenschaften und Anwendungen des geometrischen Mittels	52
2.5. Varianz und Standardabweichung	54
2.5.1. Definition	54
2.5.2. Berechnung der Standardabweichung. Das Multiplikationsverfahren	55
2.5.3. Berechnung der Standardabweichung. Das Summenverfahren	56

2.5.4.	Berechnung der Standardabweichung aus Beobachtungsreihen mit kleinem Umfang	57
2.5.5.	Standardabweichung und Klassengröße	59
2.5.6.	Die gewogene Varianz	59
2.5.7.	Zusammenstellung der Berechnungsformeln für die Varianz	60
2.6.	Die Variationsbreite	60
2.6.1.	Definition	60
2.6.2.	Variationsbreite und Standardabweichung	61
2.7.	Der Variabilitätskoeffizient	62
2.8.	Schiefe und Exzeß	62
2.8.1.	Die Potenzmomente — Definition und Umrechnungsformeln	62
2.8.2.	Die Schiefheitsmaße	64
2.8.3.	Der Exzeß	65

Kapitel 3. Aufbereitung einer Menge von Daten über zwei quantitative Merkmale 67

3.1.	Urliste und Korrelationstafel für zwei quantitative stetige Merkmale	68
3.2.	Graphische Darstellung der Häufigkeitsverteilung bei zwei quantitativen Merkmalen	68
3.3.	Statistische Maßzahlen für zwei quantitative Merkmale	69
3.3.1.	Der Korrelationskoeffizient	69
3.3.2.	Der Korrelationskoeffizient von standardisierten Variablen	74
3.3.3.	Der Regressionskoeffizient	75
3.3.4.	Beziehungen zwischen den Regressionskoeffizienten und dem Korrelationskoeffizienten	80
3.3.5.	Das Bestimmtheitsmaß	82
3.3.6.	Der partielle Korrelationskoeffizient	82
3.4.	Nichtlineare Regression	85
3.4.1.	Transformationen	85
3.4.2.	Das Anpassen von Polynomen für den Fall, daß die Y -Werte ungleiches Gewicht haben	86
3.4.3.	Das Anpassen von Polynomen für den Fall, daß die Y -Werte gleiches Gewicht haben und die X -Werte äquidistant sind	90
3.5.	Lineare Regression bei mehreren unabhängigen Variablen	94

Kapitel 4. Aufbereitung einer Menge von Daten über qualitative Merkmale 98

4.1.	Ein qualitatives Merkmal — Die einfache Alternative	98
4.2.	Ein qualitatives Merkmal mit mehreren Ausprägungen	99
4.3.	Zwei qualitative Merkmale — Die doppelte Alternative (Zwei-mal-Zwei-Tafel)	100
4.4.	Zwei qualitative Merkmale — Die Kontingenztafel (k -mal- l -Tafel)	100

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Kapitel 5. Zufällige Ereignisse und Operationen zwischen zufälligen Ereignissen 101

5.1.	Zufällige Ereignisse und Mengen	101
5.2.	Gleichheit von zufälligen Ereignissen	101
5.3.	Operationen zwischen zufälligen Ereignissen	102
5.3.1.	Summe von Ereignissen	102
5.3.2.	Produkt von Ereignissen	103
5.3.3.	Unvereinbare und vereinbare Ereignisse	104
5.3.4.	Entgegengesetzte oder komplementäre Ereignisse	104
5.3.5.	Differenz von Ereignissen	105
5.3.6.	Definition eines vollständigen Systems von Ereignissen	105
5.3.7.	Darstellung des Ereignisfeldes für das behandelte Beispiel (Kelchlängen von Primeln)	105

Kapitel 6.	Die relative Häufigkeit — Die Wahrscheinlichkeit — Regeln für das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	106
6.1.	Definition und Eigenschaften der relativen Häufigkeit	106
6.2.	Die bedingte relative Häufigkeit	107
6.3.	Die Stabilität der relativen Häufigkeit — Die statistische Wahrscheinlichkeit	108
6.4.	Regeln für das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	109
6.4.1.	Additionsregel für Wahrscheinlichkeiten	109
6.4.2.	Additionsregel für den Fall, daß die zufälligen Ereignisse ein vollständiges System von Ereignissen bilden	110
6.4.3.	Die bedingte Wahrscheinlichkeit	110
6.4.4.	Multiplikationsregel für Wahrscheinlichkeiten für voneinander abhängige zufällige Ereignisse	111
6.4.5.	Multiplikationsregel für Wahrscheinlichkeiten für voneinander unabhängige zufällige Ereignisse	111
6.4.6.	Beispiele zu den Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten	111
6.4.7.	Die Formel für die totale Wahrscheinlichkeit	112
6.4.8.	Die Formel von BAYES	113
6.5.	Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit — Die Axiome von KOLMOGOROV	114

Zufallsgrößen und Verteilungen von Zufallsgrößen

Kapitel 7.	Die Zufallsgröße	116
7.1.	Definition	116
7.2.	Die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen	116
7.3.	Verteilungsfunktionen diskreter Zufallsgrößen	117
7.4.	Parameter der Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsgröße	119
7.4.1.	Erwartungswert	119
7.4.2.	Streuung einer diskreten Zufallsgröße	120
7.5.	Verteilungsfunktion stetiger Zufallsgrößen	120
7.6.	Parameter der Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsgröße	122
7.6.1.	Erwartungswert	122
7.6.2.	Streuung	122
Kapitel 8.	Spezielle Verteilungen diskreter Zufallsgrößen	123
8.1.	Die Binomialverteilung	123
8.1.1.	Die binomische Entwicklung	123
8.1.2.	Erwartungswert der Binomialverteilung	126
8.1.3.	Streuung der Binomialverteilung	126
8.1.4.	Anwendungen der Binomialverteilung	127
8.2.	Die hypergeometrische Verteilung	132
8.2.1.	Modell	132
8.2.2.	Rekursionsformel zur Berechnung von $P(X = k)$ für $k = 0, 1, 2, \dots$	133
8.2.3.	Konvergenz gegen die Binomialverteilung	133
8.2.4.	Erwartungswert und Streuung	133
8.3.	Die multinomiale Verteilung	134
8.4.	Die Poissonverteilung	136
8.4.1.	Die Poissonsche Formel — Die Verteilungsfunktion	136
8.4.2.	Erwartungswert und Streuung der Poissonverteilung	136
8.5.	Die negative Binomialverteilung	139
8.5.1.	Entwicklung der negativen Binomialreihe	139
8.5.2.	Vergleich einer empirischen Verteilung mit der negativen Binomialverteilung	140
8.6.	Die Neymanverteilung	144
8.6.1.	Aufstellung der Berechnungsformeln	144
8.6.2.	Vergleich einer empirischen Verteilung mit der Neymanverteilung	146

Kapitel 9. Spezielle Verteilung stetiger Zufallsgrößen	148
9.1. Die Normalverteilung	148
9.1.1. Definition und Eigenschaften der Normalverteilung	148
9.1.2. Erwartungswert und Streuung der Normalverteilung	149
9.1.3. Die standardisierte Normalverteilung	150
9.1.4. Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung	150
9.1.5. Das Wahrscheinlichkeitsnetz	153
9.1.6. Anwendungen zur Normalverteilung	153

Kapitel 10. Das Prüfen von statistischen Hypothesen. Theoretische Betrachtungen	155
10.1. Grundgesamtheit — Stichprobe — Stichprobenauswahl	155
10.2. Die statistische Hypothese	156
10.3. Fehler beim Prüfen von Hypothesen — Der kritische Bereich	158
10.4. Die Trennschärfe eines Tests	162
10.5. Verteilungen von Stichprobenfunktionen	164
10.5.1. Mittelwert und Varianz der Stichprobenfunktion \bar{X}	164
10.5.2. Die Stichprobenfunktion χ^2 und die χ^2 -Verteilung	165
10.5.3. Die Stichprobenfunktion t und die t -Verteilung	167
10.5.4. Die Stichprobenfunktion F und die F -Verteilung	168

Die statistischen Prüfverfahren

Kapitel 11. Prüfen von Parametern aus Grundgesamtheiten	170
11.1. Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert einer Normalverteilung bei bekannter Streuung	170
11.1.1. Der zweiseitige Test	170
11.1.2. Der einseitige Test	171
11.2. Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert einer Normalverteilung bei unbekannter Streuung	172
11.3. Prüfen einer Hypothese über die Differenz zwischen den Mittelwerten zweier unabhängiger Normalverteilungen	173
11.3.1. Die Varianzen der Normalverteilungen sind bekannt	173
11.3.2. Die Varianzen der Normalverteilungen sind unbekannt, aber gleich groß	173
11.4. Vergleich von Mittelwerten bei paarweiser Zuordnung der Einzelwerte	175
11.5. Prüfen von Hypothesen über Schiefe und Exzeß	176
11.6. Prüfen einer Hypothese über die Streuung einer Normalverteilung	176
11.6.1. Prüfen von $H_0 (\sigma^2 = \sigma_0^2)$ gegen $H_1 (\sigma^2 > \sigma_0^2)$	176
11.6.2. Prüfen von $H_0 (\sigma^2 = \sigma_0^2)$ gegen $H_1 (\sigma^2 < \sigma_0^2)$	177
11.6.3. Prüfen von $H_0 (\sigma^2 = \sigma_0^2)$ gegen $H_1 (\sigma^2 \neq \sigma_0^2)$	177
11.7. Prüfen einer Hypothese über die Differenz der Streuungen zweier unabhängiger Normalverteilungen	178
11.7.1. Die Mittelwerte der Normalverteilungen sind bekannt	178
11.7.2. Die Mittelwerte der Normalverteilungen sind unbekannt	179
11.8. Prüfen einer Hypothese über die Wahrscheinlichkeit p einer alternativen Grundgesamtheit	179
11.9. Prüfen einer Hypothese über die Differenz zwischen zwei relativen Häufigkeiten (Prozentwerten)	181
11.9.1. Erste Methode	181
11.9.2. Zweite Methode (Arcussinus-Methode)	182
11.9.3. Berechnung des Stichprobenumfangs für einen Test zum Prüfen der Gleichheit von Prozentwerten	183

Kapitel 12. Ein nichtparametrisches Testverfahren — der U-Test von Mann und Whitney	184
12.1. Das Testverfahren	184

12.2.	Beurteilung der Größe U bei sehr kleinen Stichprobenumfängen ($n_1 \leq 8, n_2 \leq 8$)	185
12.3.	Beurteilung der Größe U bei kleinen Stichprobenumfängen ($9 \leq n_2 \leq 20$)	186
12.4.	Beurteilung von U bei großen Stichproben ($n_2 > 20$)	188
12.5.	Auftreten gleicher Rangzahlen	188
Kapitel 13. Prüfen von Verteilungen — Anpassungstests		190
13.1.	Der χ^2 -(Chi-Quadrat-)Anpassungstest	190
13.2.	Vergleich einer empirischen Verteilung mit der Binomialverteilung	191
13.3.	Vergleich einer beobachteten Häufigkeitsverteilung mit einem Spaltungsverhältnis	192
13.4.	Die Korrektur von YATES	194
13.5.	Der G -Test (Anpassungstest)	194
13.6.	Der KOLMOGOROV-SMIRNOV-Anpassungstest	196
13.7.	Wiederholte Anpassungstests	197
Kapitel 14. Prüfen von Abhängigkeiten		200
14.1.	Tests zum Prüfen der Unabhängigkeit diskreter Zufallsgrößen	200
14.1.1.	Die Zwei-mal-Zwei-Tafel	200
14.1.2.	Formel für den G -Test zum Prüfen der Unabhängigkeit zweier Zufallsgrößen	202
14.1.3.	Der exakte Test von R. A. FISHER zum Prüfen auf Unabhängigkeit	204
14.1.4.	Die Zwei-mal- k -Tafel. Die Formel von BRANDT und SNEDECOR	207
14.1.5.	Die s -mal- k -Tafel. Prüfen auf Unabhängigkeit mit dem G -Test	209
14.1.6.	Prüfen dreier diskreter Zufallsgrößen auf Unabhängigkeit mit dem G -Test	210
14.2.	Tests zum Prüfen der Unabhängigkeit stetiger Zufallsgrößen	213
14.2.1.	Prüfen der Hypothese, ob ein Stichprobenkorrelationskoeffizient aus einer Grundgesamtheit mit dem parametrischen Korrelationskoeffizienten $\rho = 0$ stammt	213
14.2.2.	Prüfen der Hypothese, ob der Korrelationskoeffizient ρ in der Grundgesamtheit einen bestimmten Wert ρ_1 besitzt	213
14.2.3.	Prüfen einer Hypothese über die Differenz zwischen zwei Korrelationskoeffizienten aus normalverteilten Grundgesamtheiten	214
14.2.4.	Der Rangkorrelationskoeffizient von SPEARMAN	215
14.2.5.	Prüfen einer Hypothese über den partiellen Korrelationskoeffizienten	217
14.2.6.	Prüfen des Regressionskoeffizienten auf Signifikanz	217
14.2.7.	Prüfen einer Hypothese über die Differenz zwischen zwei Regressionskoeffizienten	218
Das Schätzen von Parametern		
Kapitel 15. Punktschätzungen		220
15.1.	Die Kriterien von R. A. FISHER für „beste“ Schätzwerte	220
15.2.	Die Maximum-Likelihood-Schätzung für einen Parameter	222
15.2.1.	Beispiel zum Schätzen eines einzigen Parameters	225
15.2.1.1.	Vorbemerkungen	225
15.2.1.2.	Doppelte Rückkreuzung	226
15.3.	Die Maximum-Likelihood-Schätzung für zwei Parameter	227
15.3.1.	Beispiel zum Schätzen zweier Parameter	229
15.3.2.	Prüfen der Güte der Übereinstimmung von beobachteten und geschätzten Häufigkeiten mit dem χ^2 -Test	231
Kapitel 16. Intervallschätzungen		232
16.1.	Das Konfidenzintervall	232
16.2.	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert einer Normalverteilung	232
16.2.1.	Die Varianz σ^2 ist bekannt	232

16.2.2.	Die Varianz σ^2 ist unbekannt	233
16.3.	Konfidenzintervall für die Varianz σ^2 einer Normalverteilung	234
16.4.	Konfidenzintervalle für das Verhältnis zweier Varianzen aus Normalverteilungen	235
16.5.	Konfidenzintervalle für eine einzelne Standardabweichung	236
16.6.	Konfidenzintervalle für den Mittelwert einer Binomialverteilung	236
16.6.1.	Die Intervalle von CLOPPER und PEARSON	236
16.6.2.	Neue prozentuale Konfidenzgrenzen (Binomialverteilung)	237
16.7.	Konfidenzintervalle für die Differenz von Mittelwerten $\mu_x - \mu_y$ aus Normalverteilungen mit gemeinsamer Varianz σ^2	238
16.7.1.	Die Varianz σ^2 ist bekannt	238
16.7.2.	Die Varianz σ^2 ist unbekannt	238
16.8.	Die Methode der kleinsten Quadrate	239
16.9.	Beziehungen der Konfidenzintervalle zu den Signifikanztests	239

Varianzanalyse

Kapitel 17.	Einführung und Modelle	240
Kapitel 18.	Die einfache Klassifikation — Modell mit festen Effekten (Modell I)	242
18.1.	Schema und Bezeichnungen für den unbalanzierten Fall	242
18.2.	Bezeichnungen für den balanzierten Fall	243
18.3.	Das Modell I für die einfache Klassifikation	244
18.4.	Vorbereitendes Kapitel: Das Rechnen mit Doppelsummen	245
18.5.	Zerlegung der Summe der Abweichungsquadrate	246
18.6.	Zerlegung der Freiheitsgrade	247
18.7.	Die mittleren Quadrate und ihre Erwartungswerte	247
18.8.	Tafel der Varianzanalyse	249
18.9.	Berechnungsformeln	249
18.10.	Beispiele für die Berechnung der SQ bei einfacher Klassifikation	250
18.10.1.	Alle Stichproben haben gleichen Umfang	250
18.10.2.	Die Gruppen haben verschiedenen Umfang	252
18.11.	Homogenitätsprüfung	253
Kapitel 19.	Lineare Kontraste	255
19.1.	Definition	255
19.2.	Zerlegung der Summe der Abweichungsquadrate SQZ mit Hilfe von Kontrasten	256
Kapitel 20.	Testverfahren für mehrfache Mittelwertvergleiche	260
20.1.	Der multiple <i>t</i> -Test	260
20.2.	Der TUKEY-Test	261
20.3.	Der SCHEFFÉ-Test	263
Kapitel 21.	Der Bartlett-Test.	264
21.1.	Die Prüffunktion von BARTLETT	264
21.2.	Beispiel (Penizillinproben)	265
Kapitel 22.	Einfache Klassifikation — Modell mit zufälligen Effekten	266
22.1.	Das Modell II für einfache Klassifikation	266
22.2.	Der Erwartungswert der MQZ	266
22.3.	Tafel der Varianzanalyse	267
22.4.	Konfidenzintervalle der Schätzwerte der Varianzkomponenten	267

Kapitel 23. Die hierarchische Klassifikation	268
23.1. Allgemeines	268
23.2. Die einstufige hierarchische Klassifikation	269
23.3. Die zweistufige hierarchische Klassifikation — Der balanzierte Fall	270
23.3.1. Schema und Modell	271
23.3.2. Berechnung der Summen der Quadrate	271
23.3.3. Die Varianzkomponenten	271
23.3.4. Beispiel	273
23.4. Die zweistufige hierarchische Klassifikation — Der unbalanzierte Fall	275
23.4.1. Schema	275
Kapitel 24. Zweiwegklassifikation oder Kreuzklassifikation. Modell mit festen Effekten — Einfache Besetzung	278
24.1. Schema	278
24.2. Das Modell mit festen Effekten für die Zweiwegklassifikation — Einfache Besetzung	279
24.3. Zerlegung der SQT (Summe der Abweichungsquadrate insgesamt)	281
24.4. Berechnungsformeln	283
24.5. Aufstellung der Tafel der Varianzanalyse	283
24.6. Erwartungswerte der MQ	283
24.7. Das Prüfen der Hypothese gleicher Mittelwerte (Homogenitätsprüfung)	284
24.8. Die Signifikanztests von TUKEY und SCHEFFÉ	284
24.9. Anwendungen der Zweiwegklassifikation	285
24.9.1. Blockanlage	285
Kapitel 25. Zweiwegklassifikation — Mehrfache Besetzung.	288
25.1. Schema	288
25.2. Das Modell für feste Effekte	290
25.3. Zerlegung der SQT	290
25.3.1. Das Prüfen von Hypothesen	296
25.3.2. Die Testverfahren	297
Kapitel 26. Zweiwegklassifikation — Modell mit zufälligen Effekten	298
26.1. Das Modell	298
26.2. Tafel der Varianzanalyse	298
26.3. Das Prüfen von Hypothesen	299
26.4. Berechnung der Varianzkomponenten im Falle mehrfacher Besetzung — Balanzierter Fall	299
26.5. Mehrfache Besetzung — Unbalanzierter Fall. Schema	300
26.6. Berechnung der Summen der Abweichungsquadrate (SQ)	301
26.7. Die Erwartungswerte der MQ	302
26.8. Beispiel	303
26.9. Berechnung der Summen der Abweichungsquadrate	303
Kapitel 26a. Gemischte Modelle	305
26a.1. Das Modell für endliche Grundgesamtheiten	305
26a.2. Gemischte Modelle bei der Zweiwegklassifikation	306
26a.3. Prüfmethode für gemischte Modelle	307
26a.4. Beispiele	308
26a.5. Gemischte Modelle bei der zweistufigen hierarchischen Klassifikation	309
Kapitel 27. Dreifache Klassifikation	310
27.1. Schema	310

27.2.	Berechnungsformeln	311
27.3.	Tafel der Varianzanalyse für dreifache Klassifikation	311
27.4.	Beispiel	312
27.5.	Prüfen der Mittelwertdifferenzen	313
27.6.	Bestimmung der Varianzkomponenten	315
27.7.	Dreifache Klassifikation mit Wiederholungen — Modell II	316
27.8.	Dreifache Klassifikation mit Wiederholungen — Gemischte Modelle	317
27.8.1.	A-Klassifikation fest, B und C zufällig	319
27.8.2.	A- und B-Klassifikation fest, C zufällig	320
27.8.3.	Zusammenstellung der Prüfgrößen T und S^2 für den TUKEY- bzw. SCHEFFÉ-Test	321
27.9.	Sonderfall der dreifachen Klassifikation. Anlage im Lateinischen Quadrat	323

Kapitel 28. Versuche mit mehreren Faktoren auf verschiedenen Stufen 328

28.1.	Grundgedanken der Auswertung	328
28.2.	Auswertung des Beispiels	331

Kapitel 29. Transformationen 335

29.1.	Vorliegen kleiner ganzer Zahlen	335
29.2.	Relative Häufigkeiten (Prozentwerte)	336
29.3.	Zählungen (= ganze Zahlen) mit großer Variationsbreite	336

Kapitel 30. Nichtparametrische varianzanalytische Testverfahren 336

30.1.	Der Test von KRUSKAL und WALLIS für k unabhängige Stichproben	337
30.1.1.	Das Testverfahren	337
30.1.2.	Beispiel für $n_1 = n_2 = 5, n_3 = 4$	338
30.1.3.	Beispiel für große Stichproben	339
30.1.4.	Korrektur für gleiche Rangzahlen	339
30.2.	Zweistichprobentest von WILCOXON	340
30.2.1.	Methode	340
30.2.2.	Beispiele für kleine Stichprobenumfänge $n < 25$	341
30.2.3.	Die Wirksamkeit des Tests	343
30.3.	k -verbundene Stichproben	343
30.3.1.	Der FRIEDMAN-Test	343
30.3.2.	Methode	344
30.3.3.	Beispiel für kleine r und k	344
30.3.4.	Beispiel für $k > 4$	345
30.3.5.	Die Wirksamkeit des FRIEDMAN-Tests	347

Sequenzanalyse

Kapitel 31. Einführung 348

31.1.	Beschreibung des Verfahrens	348
31.2.	Die Operationscharakteristik-Funktion	349
31.3.	Beziehung zwischen OC-Funktion und Gütefunktion	350
31.4.	Der Parameterraum	351
31.5.	Beziehung zwischen den Parameterräumen und den Fehlern erster und zweiter Art	353
31.6.	Der durchschnittliche Stichprobenumfang	354

Kapitel 32. Das Verfahren von A. Wald zum Prüfen einer Hypothese H_0 gegen eine einzelne alternative Hypothese H_1 355

32.1.	Definition des Prüfverfahrens	355
32.2.	Beziehungen zwischen A, B, α und β	356

32.3.	Anwendung des Waldschen Tests auf das Prüfen des Mittelwertes einer Binomialverteilung	357
32.3.1.	Das rechnerische Verfahren	357
32.3.2.	Das graphische Verfahren	361
Kapitel 33.	Die OC-Kurve für den Fall, daß die Zufallsvariable X einer Binomialverteilung folgt	365
33.1.	Ableitung der OC-Kurve	365
33.2.	Angenäherte Darstellung der OC-Kurve	368
33.3.	Vollständige Berechnung der OC-Kurve	369
33.4.	Sonderfälle der OC-Kurve	373
Kapitel 34.	Die Kurve des durchschnittlichen Stichprobenumfanges (ASN-Kurve) für den Fall, daß die Zufallsvariable X einer Binomialverteilung folgt	374
34.1.	Ableitung der ASN-Kurve	374
34.2.	Angenäherte Berechnung der ASN-Kurve	375
34.3.	Vollständige Berechnung der ASN-Kurve	378
Kapitel 35.	Das Prüfen der Differenz zwischen den Mittelwerten zweier Binomialverteilungen	378
35.1.	Der einseitige sequentielle Test	378
35.2.	Allgemeine Formulierung der Aufgabe	379
35.3.	Das nichtsequentielle Verfahren von WALD	379
35.4.	Das sequentielle Verfahren von WALD	380
35.5.	Anwendung des Waldschen Tests auf das Prüfen der Häufigkeiten aus zwei Binomialverteilungen	383
35.5.1.	Das rechnerische Verfahren	383
35.5.2.	Das graphische Verfahren	385
35.6.	Die OC-Kurve	388
35.6.1.	Die angenäherte Bestimmung der OC-Kurve	389
35.6.2.	Vollständige Berechnung der OC-Kurve	390
35.7.	Die Kurve des durchschnittlichen Stichprobenumfanges (ASN-Kurve)	390
35.7.1.	Die angenäherte Berechnung der ASN-Kurve	390
35.7.2.	Die vollständige Berechnung der ASN-Kurve	391
35.8.	Der zweiseitige sequentielle Test. Ein- und zweiseitiges Prüfverfahren	391
35.8.1.	Das rechnerische Verfahren für den zweiseitigen Test	392
35.8.2.	Das graphische Verfahren für den zweiseitigen Test	394
35.9.	Beispiel	395
35.10.	Die durchschnittliche Anzahl der diskordanten Paare, die benötigt werden, um zu einer Entscheidung zu kommen	397
35.11.	Die durchschnittliche Anzahl aller Paare	398
Kapitel 36.	Anwendung des sequentiellen Verfahrens zum Prüfen der Differenz zwischen den Mittelwerten zweier Binomialverteilungen, insbesondere in der Medizin	399
36.1.	Wie kann ein medizinischer Versuch sequentiell geplant werden?	399
36.2.	Die Bildung der Paare beim medizinischen Versuch	400
36.3.	Die geschichtete Stichprobe	400
36.4.	Die Proportionalaufteilung	401
36.5.	Die bestmögliche Aufteilung (optimum allocation)	401
36.6.	Die Geradengleichungen für sequentielle Versuchspläne mit gleichartigen Paaren (geschichtete Stichprobe)	402
36.7.	Bestimmung der p_i^* -Werte	403
36.8.	Der durchschnittliche Stichprobenumfang	403

36.9.	Anwendung der Methode b)	405
36.10.	Berechnung der durchschnittlichen Anzahl diskordanter Paare und aller Paare für Methode a) und b)	406
36.11.	Zusammenfassung	407
Kapitel 37.	Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert einer Normalverteilung mit bekannter Varianz	408
37.1.	Der einseitige sequentielle Test	408
37.1.1.	Aufgabe	408
37.1.2.	Der Waldsche Test	408
37.1.3.	Graphische Darstellung	411
37.1.4.	Die OC-Kurve	411
37.1.5.	Der durchschnittliche Stichprobenumfang (ASN-Kurve)	413
37.1.6.	Vergleich der erforderlichen durchschnittlichen Stichprobenumfänge bei dem sequentiellen und dem klassischen Verfahren	415
37.2.	Der zweiseitige sequentielle Test	416
37.2.1.	Ableitung der Geradengleichungen für den zweiseitigen Test	416
Kapitel 38.	Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert einer Normalverteilung bei unbekannter Varianz	421
38.1.	Der sequentielle t -Test von A. WALD	421
38.2.	Tabellarische Berechnung des sequentiellen t -Tests	422
38.3.	Beispiel	423
38.4.	Prüfen einer Hypothese über die Differenz zwischen zwei Mittelwerten	424
38.5.	Beispiel	425
Kapitel 39.	Prüfen einer Hypothese über die mittlere Abweichung einer Normalverteilung	426
39.1.	Das arithmetische Mittel Θ der Grundgesamtheit ist bekannt	426
39.1.1.	Aufgabe und der Test von WALD	426
39.2.	Das arithmetische Mittel Θ der Grundgesamtheit ist unbekannt	430
39.2.1.	Berechnung von Annahme- und Ablehnungszahl	430
39.2.2.	Die OC-Kurve	431
39.2.3.	Die ASN-Kurve	433
Diskriminanzanalyse		
Kapitel 40.	Einführung der Symbolik	435
40.1.	Zweck der Diskriminanzanalyse	435
40.2.	Symbolik	436
Kapitel 41.	Die lineare Diskriminanzfunktion	437
41.1.	Berechnung der Diskriminanzfunktion	437
41.1.1.	Das Rechenmaß	437
41.1.2.	Mittelwert und Streuung des Rechenmaßes	438
41.1.3.	Bestimmung der Faktoren b_i	439
41.1.4.	Beispiel	441
41.2.	Signifikanzprüfung	445
41.2.1.	Varianzanalyse	445
Kapitel 42.	Die verkürzte lineare Diskriminanzanalyse	447
42.1.	Das Profilmaß und das Ausdehnungsmaß	447
42.2.	Beispiel	450
Kapitel 43.	Die quadratische Diskriminanzanalyse	453
43.1.	Die quadratische Diskriminanzfunktion	453

43.2.	Profil- und Ausdehnungsmaß	455
43.3.	Zusammenfassung	455
Kapitel 44.	Der verallgemeinerte Abstand D von Mahalanobis	456
44.1.	Ableitung von D	456
44.2.	Durchrechnung des Beispiels	458
44.3.	Signifikanzprüfung	461
Faktorenanalyse		
Kapitel 45.	Einführung	464
45.1.	Die Faktorenanalyse als multivariate statistische Methode	464
45.2.	Anwendungsgebiete der Faktorenanalyse	464
45.3.	Der Merkmalsbereich	465
45.4.	Der Umfang der Stichprobe der Individuen	465
45.5.	Beziehungen zwischen Merkmalskorrelationen und Faktoren	466
45.6.	Skalierung der Merkmalsvariablen	466
Kapitel 46.	Das Faktorenmodell — Allgemeine Betrachtungen	467
46.1.	Die vollständige Faktorenlösung	467
46.2.	Das lineare Modell für die vollständige Faktorenlösung	468
46.3.	Vektoren- und Matrixschreibweise für die vollständige Faktorenlösung	468
46.4.	Das lineare Modell für die reduzierte Faktorenlösung	470
46.5.	Eigenschaften der Faktoren und der Faktorenwertematrix	472
46.5.1.	Rang der Matrix F	472
46.5.2.	Die Gramsche Matrix	473
46.5.3.	Die Orthogonalität der Matrix F	473
46.6.	Faktorenwerte im Standardsystem	475
46.7.	Die Faktoren als unkorrelierte Variable	475
46.8.	Die Merkmalsvarianz im Faktorenmodell	476
46.9.	Beziehungen zwischen den Merkmalsinterkorrelationen und den Faktorenladungen	478
46.9.1.	Vollständige Faktorenlösung	478
46.9.2.	Reduzierte Faktorenlösung	478
46.10.	Die Faktorenstruktur	479
46.11.	Korrelationsmaße zur Faktorenanalyse	479
46.11.1.	Der Bravaisische Korrelationskoeffizient	479
46.11.2.	Der Rangkorrelationskoeffizient von SPEARMAN	480
46.11.3.	Der Vierfelder-Korrelationskoeffizient	480
46.11.4.	Der punktbiserale Korrelationskoeffizient	480
46.11.5.	Bemerkungen	481
46.12.	Geometrische Deutung der Daten- und Faktorenmatrix	481
46.12.1.	Der Variablenraum	481
46.12.2.	Der Individuenraum	482
46.12.3.	Der Faktorenraum	482
46.12.4.	Beziehungen zwischen Variablen- und Faktorenraum	483
Kapitel 47.	Die Zentroid- oder Schwerpunktmethod e — Eine Methode zur Bestimmung der Faktorenladungen (Faktorenlösungen)	483
47.1.	Allgemeines	483
47.2.	Das Modell für die Zentroidmethode und die Berechnung der Ladungen des ersten Faktors	484

47.3.	Berechnung der Ladungen des zweiten Faktors	487
47.4.	Erstes Beispiel zur Zentroidmethode	488
47.5.	Kommunalitätsschätzungen	493
47.5.1.	Die Methode des größten Korrelationskoeffizienten	493
47.5.2.	Die Methode der Triaden	494
47.5.3.	Die Miniaturzentroidmethode	495
47.5.4.	Ersetzen der Kommunalitäten durch Einsen	497
47.5.5.	Das multiple Bestimmtheitsmaß	497
47.6.	Zweites Beispiel zur Zentroidmethode	497
Kapitel 48.	Die Orthogonalrotation der Faktoren	503
48.1.	Die Einfachstruktur von THURSTONE	503
48.2.	Durchführung der Rotation	504
48.3.	Beispiele zur Orthogonalrotation	506
	Beispiel 1. Fingierte Daten	506
	Beispiel 2. Knochenmessungen an weißen Leghornhennen	508
48.4.	Numerische Methoden zur Orthogonaltransformation	510
48.4.1.	Allgemeines	510
48.4.2.	Die Varimax-Methode	510
48.4.3.	Rechnerisches Verfahren für eine Varimax-Rotation	511
48.4.4.	Beispiele zur Varimax-Methode	512
Kapitel 49.	Die schiefwinklige Rotation der Faktoren	515
49.1.	Die Transformationsmatrix	515
49.2.	Unterschied zwischen Faktorenladungen und Faktorenkorrelationen	516
49.3.	Die Kommunalität bei schiefwinkligen Faktorenlösungen	517
49.4.	Die Faktorenlösung bei schiefwinkliger Rotation: Das Verfahren der Primärfaktoren	518
49.4.1.	Die reduzierten Modellgleichungen	518
49.4.2.	Die Transformationsmatrix bei dem Verfahren der Primärfaktoren	519
49.4.3.	Die Faktorenstruktur	520
49.4.4.	Das Faktorenmuster	521
49.4.5.	Berechnung von P für das Beispiel „Leghornhennen“	522
Anhang.	Ergänzungen zur Matrizenrechnung	523
 Probitanalyse		
Kapitel 50.	Alternative Dosis-Wirkungskurven	534
50.1.	Alternative und quantitative Dosis-Wirkungsbeziehung	534
50.2.	Häufigkeitsverteilung der Toleranzen	534
50.3.	Die mittlere effektive Dosis (ED 50)	535
Kapitel 51.	Die Probit-Transformation	535
Kapitel 52.	Die Probit-Regressionsgerade	538
52.1.	Die Regressionsmethode	538
52.2.	Genauere Schätzung. Gewichtskoeffizienten	540
52.3.	Der Heterogenitätsfaktor	542
52.4.	Mittlere Abweichung und Vertrauensgrenzen der LD 50	542
Kapitel 53.	Das Anpassen der Regressionsgeraden nach der Maximum-Likelihood-Methode	543
53.1.	Die korrigierten Probits	543

Kapitel 54. Beispiele zum Anpassen einer Regressionsgeraden mit der Maximum-Likelihood-Methode	546
54.1. Beispiel 1: Anwendung auf homogenes Beobachtungsmaterial	546
54.2. Beispiel 2: Anwendung auf heterogenes Beobachtungsmaterial	549
Kapitel 55. Bestimmung der relativen Wirksamkeit	551
55.1. Vergleich der Wirkungen eines biologischen Präparates und eines Standardpräparates	551
55.2. Beispiel	553
Literaturverzeichnis	557
Tafelanhang	567
Namenverzeichnis	646
Sachverzeichnis	649