

# Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis . . . . .	XV
-----------------------------	----

<b>1</b>	<b>Einleitung . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1	Zum Begriff der Wärme . . . . .	1
1.2	Wärmetransportmechanismen . . . . .	2
1.3	Wärmedurchgang . . . . .	4
1.4	Die Wirkung der Zähigkeit . . . . .	7
1.5	Erzwungene und freie Konvektion . . . . .	10
1.6	Laminare und turbulente Strömung . . . . .	12
1.7	Stoffübertragung . . . . .	14
1.8	Zur Geschichte der Wärmeübertragung . . . . .	15

## Teil 1: Grundgleichungen der Thermofluidynamik

<b>2</b>	<b>Impuls- und Wärmetransport in Fluiden . . . . .</b>	<b>31</b>
2.1	Grundlagen der Kontinuumsmechanik . . . . .	31
2.1.1	Zum Begriff des Kontinuums . . . . .	31
2.1.2	Kinematische Eigenschaften . . . . .	33
2.1.3	Die Erhaltungssätze . . . . .	34
2.2	Allgemeine Grundgleichungen . . . . .	35
2.2.1	Kontinuitätsgleichung . . . . .	35
2.2.2	Bewegungsgleichung . . . . .	38
2.2.3	Energiegleichung . . . . .	42
2.3	Kinetische Ansätze . . . . .	48
2.3.1	Verzerrungstensor . . . . .	48
2.3.2	Stokesscher Schubspannungsansatz . . . . .	51
2.3.3	Fourierscher Wärmeleitungsansatz . . . . .	53
2.4	Grundgleichungen für Newtonsche Fluide . . . . .	54
2.4.1	Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .	54
2.4.2	Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	56
2.4.3	Gaskinetische Herleitung der Grundgleichungen . . . . .	58

<b>3</b>	<b>Turbulenter Impuls- und Wärmetransport</b>	<b>61</b>
3.1	Stabilität und Turbulenz	61
3.1.1	Phänomenologie	61
3.1.2	Entstehung der Turbulenz	63
3.1.3	Beschreibung turbulenter Strömungen	67
3.2	Grundgleichungen für turbulenten Austausch	69
3.2.1	Reynoldssche Gleichungen	69
3.2.2	Transportgleichungen für die Reynoldsschen Terme	71
3.2.3	Das Schließungsproblem	73
3.3	Berechnung turbulenter Transportgrößen	74
3.3.1	Grundkonzepte zur Lösung des Schließungsproblems	74
3.3.1.1	Physikalische Eigenschaften turbulenter Strömungen	74
3.3.1.2	Das Wirbelviskositätsprinzip	75
3.3.1.3	Das Wirbeldiffusionsprinzip	75
3.3.2	Turbulenzmodelle	76
3.3.2.1	Das Null-Gleichungs-Modell	76
3.3.2.2	Das Ein-Gleichungs-Modell	78
3.3.2.3	Das Zwei-Gleichungs-Modell	80
3.3.3	Die turbulente Prandtlzahl	81
<b>4</b>	<b>Grenzschichtströmung</b>	<b>84</b>
4.1	Grenzschichtgleichungen für den laminaren Transport	84
4.2	Grenzschichtgleichungen für den turbulenten Transport	89
4.3	Turbulenzmodelle	90
4.3.1	Ein-Gleichungs-Modell	90
4.3.2	Zwei-Gleichungs-Modell	91
4.3.3	Turbulente Prandtlzahl	91
4.4	Geschwindigkeits- und Temperaturprofil in Wandnähe bei turbulenter Strömung	92
4.4.1	Das universelle Geschwindigkeitsprofil	92
4.4.2	Das universelle Temperaturprofil	97
<b>5</b>	<b>Das Ähnlichkeitsgesetz der Wärmeübertragung</b>	<b>101</b>
5.1	Einführung	101
5.2	Dimensionslose Kenngrößen aus den Differentialgleichungen	103
5.2.1	Erzwungene Konvektion	103
5.2.2	Freie Konvektion	107
5.3	Dimensionsanalyse	109
5.3.1	Freie Konvektion	109
5.3.2	Freie Konvektion bei schleichender Bewegung	111
5.3.3	Freie Konvektion bei Vernachlässigung der Reibung	113
5.4	Physikalische Bedeutung der Kenngrößen	113
5.5	Voraussetzungen und Grenzen der Ähnlichkeitslehre	116

5.6	Temperaturabhängige Stoffwerte . . . . .	119
5.6.1	Allgemeines . . . . .	119
5.6.2	Methode der Referenztemperatur . . . . .	120
5.6.3	Methode der Stoffwertverhältnisse . . . . .	120

## Teil 2: Erzwungene Konvektion

<b>6</b>	<b>Wärmeübergang bei laminarer Kanalströmung . . . . .</b>	<b>127</b>
6.1	Voll ausgebildete Strömung . . . . .	128
6.1.1	Mathematische Formulierung . . . . .	128
6.1.2	Rohrströmung (Kreisquerschnitt) . . . . .	129
6.1.2.1	Druckverlustkoeffizient . . . . .	130
6.1.2.2	Wärmeübergangskoeffizient . . . . .	132
6.1.2.3	Thermohydraulische Kenngrößen . . . . .	134
6.1.3	Kanalströmung . . . . .	135
6.1.3.1	Randbedingungen . . . . .	136
6.1.3.2	Rechteck- und Dreieckskanäle . . . . .	137
6.1.3.3	Konzentrischer kreisförmiger Ringspalt . . . . .	139
6.2	Entwicklung der Strömung im Einlauf . . . . .	140
6.2.1	Mathematische Formulierung . . . . .	140
6.2.2	Strömung im Kreisrohr . . . . .	143
6.2.2.1	Hydrodynamischer Einlauf . . . . .	143
6.2.2.2	Thermischer Einlauf bei hydrodynamisch ausgebildeter Strömung . . . . .	145
6.2.2.3	Gleichzeitiger thermischer und hydrodynamischer Einlauf . . . . .	150
6.2.3	Parallele Platten . . . . .	153
6.2.3.1	Hydrodynamischer Einlauf . . . . .	153
6.2.3.2	Thermischer Einlauf bei hydrodynamisch ausgebildeter Strömung . . . . .	154
6.2.3.3	Gleichzeitiger thermischer und hydrodynamischer Einlauf . . . . .	155
6.2.4	Rechteckquerschnitte . . . . .	156
6.2.5	Kreisringquerschnitte . . . . .	156
6.3	Temperaturabhängige Stoffwerte . . . . .	157
6.3.1	Mathematische Formulierung . . . . .	157
6.3.2	Heizung und Kühlung . . . . .	158
6.4	Spezielle Probleme . . . . .	160
6.4.1	Berücksichtigung der Reibungswärme . . . . .	160
6.4.2	Einfluß der axialen Wärmeleitung . . . . .	162
6.4.3	Einfluß der freien Konvektion . . . . .	166
<b>7</b>	<b>Wärmeübergang bei turbulenter Rohrströmung . . . . .</b>	<b>169</b>
7.1	Voll entwickelte Rohrströmung . . . . .	169
7.1.1	Mathematische Formulierung des Problems . . . . .	169
7.1.2	Geschwindigkeitsprofil und Druckverlust . . . . .	170

7.1.3	Temperaturprofil und Wärmeübertragung . . . . .	174
7.1.3.1	Temperaturprofil . . . . .	174
7.1.3.2	Wärmeübergang bei $q_w = \text{const}$ . . . . .	177
7.1.3.3	Wärmeübergang bei $T_w = \text{const}$ . . . . .	181
7.2	Analogie zwischen Impuls- und Wärmeübertragung . . . . .	182
7.2.1	Reynoldsanalogie . . . . .	182
7.2.2	Prandtlanalogie . . . . .	183
7.2.3	Nicht kreisförmige Querschnitte . . . . .	184
7.3	Gebrauchsformeln . . . . .	186
7.3.1	Einlaufbereich . . . . .	186
7.3.2	Übergangsbereich . . . . .	188
7.3.3	Einfluß der Rauigkeit . . . . .	188
7.3.4	Temperaturabhängige Stoffwerte . . . . .	190
<b>8</b>	<b>Wärmeübergang an der ebenen Platte . . . . .</b>	<b>195</b>
8.1	Mathematische Formulierung . . . . .	195
8.2	Laminare Strömung . . . . .	197
8.2.1	Strömungsgrenzschicht . . . . .	197
8.2.1.1	Ähnlichkeitstransformation . . . . .	197
8.2.1.2	Reibungs- und Widerstandskoeffizient . . . . .	201
8.2.2	Temperaturgrenzschicht für $T_w = \text{const}$ . . . . .	202
8.2.2.1	Ähnlichkeitstransformation . . . . .	202
8.2.2.2	Wärmeübergang für $Pr = 1$ . . . . .	202
8.2.2.3	Wärmeübergang für $Pr \neq 1$ . . . . .	204
8.2.3	Wärmeübergang bei $q_w = \text{const}$ . . . . .	207
8.3	Turbulente Strömung . . . . .	209
8.3.1	Strömungsgrenzschicht . . . . .	209
8.3.2	Temperaturgrenzschicht und Wärmeübergang für $T_w = \text{const}$ . . . . .	211
8.3.2.1	Näherungslösung für $Pr = 1$ . . . . .	212
8.3.2.2	Näherungslösung für $Pr \neq 1$ . . . . .	212
8.3.2.3	Exakte Lösung für $Pr \neq 1$ . . . . .	213
8.3.3	Turbulente Strömung mit laminarem Anlauf . . . . .	215
8.3.4	Wärmeübergang bei $q_w = \text{const}$ . . . . .	217
8.4	Variable Stoffwerte . . . . .	217
8.4.1	Laminare Strömung . . . . .	217
8.4.2	Turbulente Strömung . . . . .	220
<b>9</b>	<b>Wärmeübergang bei der Umströmung zylindrischer Körper . . . . .</b>	<b>223</b>
9.1	Ähnliche Lösungen der Grenzschichtgleichungen für die laminare Strömung am ebenen Keil . . . . .	223
9.1.1	Mathematische Formulierung . . . . .	223
9.1.2	Ähnlichkeitstransformation . . . . .	225
9.1.3	Wärmeübergangs- und Reibungskoeffizient . . . . .	232

9.2	Integralgleichungen der Grenzschicht für die Umströmung zylindrischer Körper . . . . .	235
9.2.1	Staupunkt und Ablösung . . . . .	235
9.2.2	Strömungsgrenzschicht . . . . .	237
9.2.3	Temperaturgrenzschicht . . . . .	238
9.3	Integralverfahren von von Kármán und K. Pohlhausen für laminar umströmte Körper . . . . .	239
9.3.1	Geschwindigkeitsprofil . . . . .	239
9.3.2	Temperaturprofil . . . . .	242
9.3.3	Lösungsalgorithmus . . . . .	246
9.4	Integralverfahren auf der Basis der lokalen Ähnlichkeit . . . . .	251
9.4.1	Prinzip der lokalen Ähnlichkeit . . . . .	251
9.4.2	Näherungsverfahren von Eckert . . . . .	253
9.4.3	Näherungsverfahren von Smith und Spalding . . . . .	255
9.5	Gebrauchsformeln . . . . .	259
9.5.1	Wärmeübergang im Staupunkt . . . . .	259
9.5.2	Wärmeübergang am querangeströmten Zylinder . . . . .	261
9.5.3	Wärmeübergang an der Kugel . . . . .	268

### Teil 3: Freie Konvektion

<b>10</b>	<b>Wärmeübergang an der vertikalen Platte . . . . .</b>	<b>273</b>
10.1	Grundlagen . . . . .	273
10.1.1	Grundgleichungen der freien Konvektion . . . . .	273
10.1.2	Oberbeck-Boussinesq-Approximation . . . . .	276
10.1.3	Asymptotische Lösungen für kleine und große Prandtlzahlen . . . . .	278
10.2	Wärmeübergang bei laminarer Strömung . . . . .	279
10.2.1	Die Wandtemperatur $T_w = \text{const}$ . . . . .	279
10.2.1.1	Ähnlichkeitslösung . . . . .	279
10.2.1.2	Vergleich zwischen theoretischen und experimentellen Daten . . . . .	286
10.2.1.3	Gebrauchsformeln . . . . .	289
10.2.2	Die Wärmestromdichte $q_w = \text{const}$ . . . . .	291
10.2.3	Der Temperaturverlauf $T_w(x)$ der Wand ist gegeben . . . . .	294
10.2.4	Der Einfluß variabler Stoffwerte . . . . .	296
10.2.5	Die Umgebungstemperatur $T_\infty$ ist über die Höhe veränderlich . . . . .	302
10.3	Wärmeübergang bei turbulenter Strömung . . . . .	307
10.3.1	Näherungslösung mit dem Integralverfahren . . . . .	308
10.3.2	Verbesserte Näherungslösungen . . . . .	312
<b>11</b>	<b>Wärmeübergang bei freier Konvektion an umströmten Körpern . . . . .</b>	<b>315</b>
11.1	Geneigte ebene Platte . . . . .	316
11.2	Horizontale ebene Platte . . . . .	318
11.2.1	Grenzschicht und Staupunkt . . . . .	318

11.2.2	Wärmeabgabe auf der Oberseite . . . . .	320
11.2.3	Wärmeabgabe auf der Unterseite . . . . .	323
11.3	Der Würfel . . . . .	326
11.4	Der horizontale Zylinder . . . . .	328
11.5	Die Kugel . . . . .	334
<b>12</b>	<b>Freie Konvektion in Behältern . . . . .</b>	<b>336</b>
12.1	Stationäre freie Konvektion in rechtwinkligen Behältern . . . . .	336
12.1.1	Schlanke vertikale Behälter mit $A \gg 1$ . . . . .	336
12.1.2	Flache horizontale Behälter mit $A \ll 1$ . . . . .	346
12.1.3	Der quadratische Behälter mit $A = 1$ . . . . .	350
12.1.4	Der horizontale-zylindrische-Ringspalt . . . . .	354
12.2	Rayleigh-Bénard-Konvektion . . . . .	359
12.2.1	Einsetzen der Konvektion . . . . .	360
12.2.2	Wärmeübergang . . . . .	369
12.2.3	Grenzen der Boussinesq-Approximation . . . . .	370
12.3	Aufheizen und Abkühlen von Behältern . . . . .	373
12.3.1	Der horizontale zylindrische Behälter . . . . .	373
12.3.2	Der Kugelbehälter . . . . .	377
12.3.3	Der vertikale Zylinder . . . . .	380
<b>Anhang . . . . .</b>		<b>383</b>
Anhang A.	Gradient, Divergenz und Rotation . . . . .	383
Anhang B.	Kalorische Zustandsgleichung . . . . .	386
Anhang C.	Die Grundgleichungen in Kartesischen-, Zylinder- und Polar- koordinaten . . . . .	389
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>		<b>393</b>
<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>		<b>409</b>