

# Inhalt

Vorwort . . . . .	10
Einleitung . . . . .	11
<b>Kapitel 1: Beschreibende und explorative Statistik . . . . .</b>	<b>15</b>
1. Empirische Häufigkeitsverteilungen und statistische Maße . . . . .	15
1.1 Eindimensionale Häufigkeitsverteilungen . . . . .	15
1.1.1 Stichprobe und Grundgesamtheit . . . . .	16
1.1.2 Einteilung der Merkmale . . . . .	19
1.1.3 Häufigkeitsverteilungen bei diskreten Merkmalen . . . . .	20
1.1.4 Die Häufigkeitsfunktion einer Stichprobe . . . . .	22
1.1.5 Häufigkeitsverteilungen bei stetigen Merkmalen . . . . .	24
1.1.6 Die Summenhäufigkeitsfunktion einer Stichprobe . . . . .	27
1.1.7 Statistische Maßzahlen einer Stichprobe . . . . .	31
1.1.7.1 Der Arithmetische Mittelwert . . . . .	31
1.1.7.2 Die Spannweite und die mittlere absolute Abweichung . . . . .	32
1.1.7.3 Die empirische Varianz . . . . .	33
1.1.7.4 Berechnungsformel für die empirische Varianz . . . . .	34
1.1.7.5 Der gewogene arithmetische Mittelwert . . . . .	36
1.1.7.6 Der geometrische Mittelwert . . . . .	37
1.1.7.7 Der Variationskoeffizient . . . . .	38
1.1.7.8 Der Zentralwert oder Median . . . . .	39
1.1.7.9 Der Modalwert oder das Dichtemittel . . . . .	41
1.1.7.10 Der Standardfehler des arithmetischen Mittels . . . . .	43
1.1.7.11 Zur Wahl eines Mittelwertes . . . . .	44
1.1.7.12 Zur Wahl eines Streuungsmaßes . . . . .	47
1.1.7.13 Schiefe und Kurtosis . . . . .	48
1.2 Zweidimensionale Häufigkeitsverteilung . . . . .	50
1.3 Explorative Statistik . . . . .	55
1.3.1 Stem-and-Leaf-Diagramme . . . . .	55
1.3.2 Letter-Value-Tabellen . . . . .	57
1.3.3 Box-Plots . . . . .	59

---

Kapitel 11: Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Zufallsvariablen . . . . .	62
2. Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	62
2.1 Einleitung . . . . .	62
2.2 Zufallereignisse . . . . .	63
2.3 Die mathematische Wahrscheinlichkeit . . . . .	67
2.4 Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff . . . . .	69
2.5 Zur Interpretation von Wahrscheinlichkeiten . . . . .	72
2.6 Das Gesetz der großen Zahlen . . . . .	74
2.7 Die bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .	75
2.8 Unabhängige Ereignisse . . . . .	78
2.9 Das BAYESsche Theorem . . . . .	81
2.10 Eindimensionale Zufallsvariablen . . . . .	83
2.11 Die Verteilungsfunktion . . . . .	86
2.12 Diskrete Zufallsvariablen und ihre Verteilungen . . . . .	89
2.13 Stetige Zufallsvariablen und ihre Verteilungen . . . . .	94
2.14 Zweidimensionale Zufallsgrößen . . . . .	97
2.14.1 Diskrete zweidimensionale Zufallsgrößen . . . . .	100
2.14.2 Stetige zweidimensionale Zufallsgrößen . . . . .	102
2.15 Randverteilungen . . . . .	103
2.16 Unabhängige Zufallsgrößen . . . . .	104
2.17 n-dimensionale Zufallsgrößen . . . . .	105
3. Maßzahlen einer Verteilung oder einer Grundgesamtheit . . . . .	106
3.1 Erwartungswert einer Verteilung . . . . .	106
3.2 Die Varianz einer Verteilung . . . . .	109
3.3 Momente einer Verteilung . . . . .	110
3.4 Maßzahlen bei zweidimensionalen Verteilungen . . . . .	111
4. Die wichtigsten Verteilungen und ihre Anwendungen . . . . .	115
4.1 Die Normalverteilung . . . . .	115
4.1.1 Definition der Normalverteilung . . . . .	117
4.1.2 Vergleich empirische Verteilung und Normalverteilung . . . . .	124
4.1.3 Das Wahrscheinlichkeitspapier . . . . .	125
4.1.4 Das Additionstheorem der Normalverteilung . . . . .	129
4.1.5 Die logarithmische Normalverteilung . . . . .	130
4.2 Die Binomialverteilung . . . . .	133
4.2.1 Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion . . . . .	134
4.2.2 Erwartungswert und Streuung . . . . .	138
4.3 Die Poisson-Verteilung . . . . .	139
4.4 Die Hypergeometrische Verteilung . . . . .	143

Kapitel III: Die beurteilende Statistik oder die Inferenz . . . . .	146
5. Die Aufgaben der beurteilenden Statistik . . . . .	146
5.1 Der Begriff der Stichprobe . . . . .	148
5.2 Der Hauptsatz der Statistik und der Begriff der Stichproben- variablen . . . . .	151
5.3 Testverteilungen . . . . .	152
5.3.1 Die Chi-Quadrat-Verteilung . . . . .	152
5.3.2 Die t-Verteilung oder Student-Verteilung . . . . .	155
5.3.3 Die F-Verteilung . . . . .	156
5.4 Das Schätzen von Parametern: Punktschätzungen . . . . .	158
5.4.1 Die Momentenmethode . . . . .	159
5.4.2 Kriterien für die Güte von Schätzungen . . . . .	160
6. Vertrauensintervalle oder Intervallschätzungen . . . . .	166
6.1 Die Verteilung des Stichprobemittels . . . . .	167
6.2 Vertrauensintervall für den Erwartungswert einer Normal- verteilung bei bekannter Varianz . . . . .	168
6.3 Ableitung einer Regel für den notwendigen Stichproben- umfang . . . . .	171
6.4 Vertrauensintervall für die Bernoulli-Wahrscheinlichkeit . . .	173
6.5 Vertrauensintervalle bei beliebigen Verteilungen - Der zen- trale Grenzwertsatz . . . . .	175
6.6 Vertrauenintervall für den Erwartungswert einer Normalver- teilung bei unbekannter Varianz . . . . .	177
6.7 Vertrauensintervall für die Varianz . . . . .	182
7. Testen von statistischen Hypothesen . . . . .	184
7.1 Grundbegriffe der Testtheorie . . . . .	185
7.2 Testen von Erwartungswerten . . . . .	192
7.2.1 Der t-Test zum Testen des Erwartungswertes ( $\sigma$ unbekannt) .	192
7.2.2 Der u-Test zum Testen des Erwartungswertes ( $\sigma$ bekannt) . .	197
7.2.3 Der t-Test zum Vergleich zweier Erwartungswerte . . . . .	198
7.2.4 Einseitige oder zweiseitige Alternativhypothese? . . . . .	204
7.2.5 Der Vergleich zweier Erwartungswerte bei bekannten Streuungen . . . . .	206
7.3 Testen der Varianz . . . . .	207
7.3.1 Test der Hypothese $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ . . . . .	207
7.3.2 Der F-Test zum Vergleich zweier Varianzen . . . . .	208
7.4 Vergleich von zwei BERNOULLI-Wahrscheinlichkeiten . . . . .	211
7.5 Testen auf Ausreißer . . . . .	213

7.6	Vergleich von mehr als zwei Grundgesamtheiten - Einführung in die Varianzanalyse . . . . .	216
7.6.1	Ein einfaches Beispiel . . . . .	218
7.6.2	Die einfache Varianzanalyse in allgemeiner Notation . . . . .	223
7.6.3	Der Globaltest . . . . .	227
7.6.4	Multiple Vergleiche von Mittelwerten . . . . .	228
8.	Nichtparametrische Statistik . . . . .	232
8.1	Die Effizienz eines Tests . . . . .	233
8.2	Der Vorzeichentest . . . . .	234
8.3	Der WILCOXON-Rangsummentest . . . . .	237
8.3.1	Die Verteilung der WILCOXON und MANN-WHITNEY-Statistiken . . . . .	237
8.3.2	Die asymptotische Verteilung der WILCOXON-Statistik . . . . .	242
8.3.3	Das Auftreten von Bindungen . . . . .	243
8.3.4	Die Effizienz des WILCOXON-Tests zum t-Test . . . . .	245
8.4	Der WILCOXON-Vorzeichenrang-Test für abhängige Stichproben . . . . .	246
8.5	Der KOLMOGOROV-SMIRNOV-Anpassungstest . . . . .	249
9.	Chi-Quadrat-Tests und Analyse von Kontingenztafeln . . . . .	251
9.1	Der Chi-Quadrat-Test als Test für Verteilungsfunktionen . . . . .	251
9.2	Der Chi-Quadrat-Test zum Prüfen von Häufigkeiten . . . . .	254
9.3	Der Chi-Quadrat-Test zum Prüfen auf Unabhängigkeit . . . . .	255
10.	Korrelationsanalyse . . . . .	260
10.1	Der PEARSONSche Korrelationskoeffizient . . . . .	261
10.2	Test des Korrelationskoeffizienten ( $H_0: \rho = 0$ ) . . . . .	264
10.3	Test der Nullhypothese $H_0: \rho = \rho_0$ mit $\rho_0 \neq 0$ . . . . .	266
10.4	Vertrauensintervall für den Korrelationskoeffizienten . . . . .	267
10.5	Vergleich von zwei Korrelationskoeffizienten . . . . .	268
10.6	Korrelation in Untergruppen . . . . .	268
10.7	Zur Interpretation von Korrelationen . . . . .	270
10.8	Partieller Korrelationskoeffizient . . . . .	271
10.9	Der SPEARMANSche Rangkorrelationskoeffizient . . . . .	273
11.	Regressionsanalyse . . . . .	277
11.1	Die eindimensionale lineare Regression . . . . .	277
11.1.1	Das Modell . . . . .	277
11.1.2	Die Bestimmung der Regressionsgeraden . . . . .	278

---

11.1.3	Die Zerlegung der totalen Abweichungsquadratsumme . . . . .	281
11.1.4	Ein einfaches Beispiel . . . . .	284
11.1.5	Testen von Hypothesen und Vertrauensintervalle . . . . .	286
11.1.6	Analyse von Residuen . . . . .	295
11.2	Die zweidimensionale lineare Regression . . . . .	298
11.2.1	Das Modell . . . . .	299
11.2.2	Die Bestimmung der Regressionsebene . . . . .	300
11.2.3	Testen von Hypothesen . . . . .	301
11.2.4	Beispiel . . . . .	305
11.3	Die Regressionsanalyse in Matrizen-schreibweise . . . . .	309
11.3.1	Die eindimensionale Regression in Matrizen-schreibweise . . . . .	309
11.3.2	Die multiple Regression in Matrizen-schreibweise . . . . .	315
Anhang . . . . .		323
Literaturverzeichnis . . . . .		323
Tabellenanhang . . . . .		325
Zusammenstellung häufig verwendeter Abkürzungen und Symbole . . . . .		349
Sachregister . . . . .		351