

# Inhaltsverzeichnis

|                                                                                                    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Einführung und Grundlagen</i> .....                                                             | 1  |
| 1. Was ist Statistik .....                                                                         | 1  |
| 2. Das Experiment .....                                                                            | 3  |
| 3. Die Erhebung .....                                                                              | 5  |
| 4. Zur Statistik und ihren philosophischen Voraussetzungen .....                                   | 7  |
| 5. Zur Geschichte der Statistik .....                                                              | 10 |
| <b>Kapitel I: Aufbereitung und Darstellung von Datenmaterial –<br/>Deskriptive Statistik</b> ..... | 15 |
| <i>1. Grundlegende Begriffe und Überblick</i> .....                                                | 15 |
| 1.1. Untersuchungseinheiten, Merkmale und Merkmalsausprägungen .....                               | 15 |
| 1.2. Charakterisierung von Merkmalen .....                                                         | 16 |
| 1.3. Grundgesamtheit und Stichprobe .....                                                          | 18 |
| 1.4. Überblick über die Methoden der deskriptiven Statistik .....                                  | 19 |
| <i>2. Der Häufigkeitsbegriff</i> .....                                                             | 20 |
| 2.1. Absolute und relative Häufigkeiten .....                                                      | 20 |
| 2.2. Die graphische Darstellung von Häufigkeiten .....                                             | 21 |
| 2.3. Die empirische Verteilungsfunktion .....                                                      | 23 |
| <i>3. Der Häufigkeitsbegriff bei Klassenbildung</i> .....                                          | 24 |
| 3.1. Die Klassenbildung .....                                                                      | 26 |
| 3.2. Absolute und relative Häufigkeiten bei Klassenbildung .....                                   | 26 |
| 3.3. Die graphische Darstellung von Häufigkeiten bei Klassenbildung .....                          | 27 |
| 3.4. Die empirische Verteilungsfunktion bei Klassenbildung .....                                   | 28 |
| <i>4. Lagemaße von Häufigkeitsverteilungen</i> .....                                               | 31 |
| 4.1. Das arithmetische Mittel .....                                                                | 31 |
| 4.2. Der Median und das $\alpha$ -Quantil .....                                                    | 32 |
| 4.2.1. Der Median einer Beobachtungsreihe .....                                                    | 32 |
| 4.2.2. Das $\alpha$ -Quantil einer Beobachtungsreihe .....                                         | 34 |
| 4.3. Der Modalwert .....                                                                           | 35 |
| 4.4. Das geometrische Mittel und das harmonische Mittel .....                                      | 35 |
| 4.5. Einige Bemerkungen zu den Lagemaßen .....                                                     | 37 |
| <i>5. Streuungsmaße von Häufigkeitsverteilungen</i> .....                                          | 40 |
| 5.1. Die Spannweite .....                                                                          | 40 |
| 5.2. Der Quartilsabstand .....                                                                     | 41 |
| 5.3. Die mittlere absolute Abweichung vom Median .....                                             | 42 |
| 5.4. Varianz, Standardabweichung und Variationskoeffizient .....                                   | 43 |
| 5.4.1. Die Varianz .....                                                                           | 44 |
| 5.4.2. Die Standardabweichung .....                                                                | 46 |
| 5.4.3. Der Variationskoeffizient .....                                                             | 47 |
| 5.5. Die Schiefe und der Exzeß .....                                                               | 47 |
| 5.5.1. Die Schiefe einer Häufigkeitsverteilung .....                                               | 47 |
| 5.5.2. Der Exzeß einer Häufigkeitsverteilung .....                                                 | 49 |

|                                                                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>6. Konzentrationsmaße für Häufigkeitsverteilungen</i> .....                                                                  | 50 |
| 6.1. Die Lorenzkurve .....                                                                                                      | 50 |
| 6.2. Das Lorenzsche Konzentrationsmaß; der Gini-Koeffizient .....                                                               | 52 |
| <i>7. Verhältniszahlen</i> .....                                                                                                | 55 |
| 7.1. Gliederungszahlen .....                                                                                                    | 55 |
| 7.2. Beziehungszahlen .....                                                                                                     | 56 |
| 7.2.1. Verursachungszahlen .....                                                                                                | 56 |
| 7.2.2. Entsprechungszahlen .....                                                                                                | 56 |
| 7.3. Indexzahlen .....                                                                                                          | 57 |
| 7.3.1. Meßzahlen .....                                                                                                          | 57 |
| 7.3.2. Standardisierung von Meßzahlen, Sterbeziffern .....                                                                      | 60 |
| 7.3.3. Zusammengesetzte Indexzahlen .....                                                                                       | 62 |
| A. Der Wertindex .....                                                                                                          | 62 |
| B. Preisindizes nach Laspeyres und nach Paasche .....                                                                           | 63 |
| C. Ein Beispiel .....                                                                                                           | 63 |
| D. Mengenindizes nach Laspeyres und nach Paasche .....                                                                          | 65 |
| E. Preisbereinigung; Deflationierung .....                                                                                      | 65 |
| F. Preis- und Mengenindizes als gewogene Mittel von Meßzahlen:<br>Subindizes .....                                              | 66 |
| 7.3.4. Vergleich von Preisindizes nach Laspeyres und nach Paasche;<br>der Fishersche Idealindex; der Preisindex nach Lowe ..... | 70 |
| <i>8. Die empirische Ausfallrate</i> .....                                                                                      | 70 |
| <i>9. Darstellung zweidimensionalen Zahlenmaterials und<br/>deskriptive Korrelationsrechnung</i> .....                          | 72 |
| 9.1. Die Kontingenztafel .....                                                                                                  | 72 |
| 9.2. Der Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson .....                                                                     | 73 |
| 9.3. Der Fechnersche Korrelationskoeffizient .....                                                                              | 78 |
| 9.4. Der Spearmansche Rangkorrelationskoeffizient .....                                                                         | 79 |
| 9.5. Der Kendallsche Rangkorrelationskoeffizient .....                                                                          | 81 |
| 9.6. Der Yulesche Assoziationskoeffizient für die Vierfeldertafel .....                                                         | 82 |
| <i>10. Praktische Berechnung einiger Kenngrößen</i> .....                                                                       | 83 |
| 10.1. Berechnung des arithmetischen Mittels und der Standardabweichung .....                                                    | 83 |
| 10.2. Berechnung der mittleren absoluten Abweichung vom Median .....                                                            | 87 |
| <b>Kapitel II: Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> .....                                                          | 91 |
| <i>1. Ereignisse und Zufallsexperimente</i> .....                                                                               | 91 |
| <i>2. Wahrscheinlichkeiten</i> .....                                                                                            | 93 |
| <i>3. Kombinatorik und Beispiele für die Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten</i> .....                                  | 96 |
| 3.1. Permutationen .....                                                                                                        | 96 |
| 3.2. Kombinationen .....                                                                                                        | 96 |
| 3.3. Beispiele zur Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten .....                                                            | 97 |
| <i>4. Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit</i> .....                                                                | 98 |

|                                                                                                                                                    |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5. Die Bayessche Formel .....                                                                                                                      | 102 |
| 6. Zufallsvariable und Verteilungen .....                                                                                                          | 103 |
| 7. Unabhängigkeit und Funktionen von Zufallsvariablen .....                                                                                        | 108 |
| 7.1. Unabhängigkeit von Zufallsvariablen .....                                                                                                     | 108 |
| 7.2. Funktionen von Zufallsvariablen .....                                                                                                         | 108 |
| A. Lineare Transformation; Normalverteilung .....                                                                                                  | 109 |
| B. Summe; Faltung; Binomialverteilung .....                                                                                                        | 109 |
| C. Maximum .....                                                                                                                                   | 111 |
| D. Minimum .....                                                                                                                                   | 111 |
| 8. Kenngrößen von Zufallsvariablen .....                                                                                                           | 112 |
| 8.1. Lageparameter .....                                                                                                                           | 112 |
| A. Der Erwartungswert .....                                                                                                                        | 112 |
| B. Der Median und andere Quantile .....                                                                                                            | 114 |
| C. Der Modalwert .....                                                                                                                             | 116 |
| 8.2. Streuungsparameter .....                                                                                                                      | 116 |
| A. Die Varianz und die Standardabweichung; standardisierte Zufalls-<br>variable; Tschebyscheffsche Ungleichung .....                               | 116 |
| B. Der Variationskoeffizient .....                                                                                                                 | 117 |
| C. Der Quartilsabstand .....                                                                                                                       | 118 |
| 8.3. Momente von Zufallsvariablen; Schiefe; Exzeß .....                                                                                            | 118 |
| 8.4. Kovarianz und Korrelation von Zufallsvariablen .....                                                                                          | 119 |
| 9. Grenzwertsätze .....                                                                                                                            | 121 |
| <b>Kapitel III: Statistische Schlußweisen</b> .....                                                                                                | 123 |
| 1. Schätzen von Parametern .....                                                                                                                   | 124 |
| A. Momentenmethode .....                                                                                                                           | 126 |
| B. Maximum-Likelihood-Methode .....                                                                                                                | 126 |
| C. Methode der kleinsten Quadrate .....                                                                                                            | 128 |
| 2. Konfidenzintervalle .....                                                                                                                       | 129 |
| 3. Prognose- und Toleranzintervalle .....                                                                                                          | 132 |
| 4. Statistische Tests .....                                                                                                                        | 133 |
| 5. Beurteilungskriterien für statistische Tests .....                                                                                              | 137 |
| 6. Arten von Hypothesen und allgemeine Bemerkungen .....                                                                                           | 138 |
| 7. Nichtparametrische (verteilungsfreie) Verfahren .....                                                                                           | 139 |
| 8. Zufällige Auswahl, Randomisation .....                                                                                                          | 141 |
| 9. Notation von Zufallsvariablen .....                                                                                                             | 142 |
| <b>Kapitel IV: Spezielle Verteilungen und Statistische Schlüsse über Kenngrößen<br/>von Verteilungen mittels einer Meßreihe (Stichprobe)</b> ..... | 143 |
| 1. Die Normalverteilung und daraus abgeleitete Verteilungen .....                                                                                  | 143 |
| 1.1. Die Normalverteilung und ihre Bedeutung .....                                                                                                 | 143 |
| 1.2. Einige in enger Beziehung zur Normalverteilung stehende Verteilungen                                                                          | 148 |

|                                                                                                                                                                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.2.1. Aus der Normalverteilung abgeleitete Verteilungen .....                                                                                                                                                                  | 148 |
| A. Die gestutzte Normalverteilung .....                                                                                                                                                                                         | 148 |
| B. Die Lognormalverteilung .....                                                                                                                                                                                                | 151 |
| 1.2.2. Prüfverteilungen .....                                                                                                                                                                                                   | 152 |
| A. Die $\chi^2$ -Verteilung .....                                                                                                                                                                                               | 152 |
| B. Die t-Verteilung .....                                                                                                                                                                                                       | 154 |
| C. Die F-Verteilung .....                                                                                                                                                                                                       | 156 |
| 1.3. Punktschätzungen und Konfidenz-, Prognose- und Toleranz-<br>Intervalle bei normalverteilter Grundgesamtheit .....                                                                                                          | 157 |
| 1.3.1. Schätzen der Parameter $\mu$ und $\sigma^2$ .....                                                                                                                                                                        | 157 |
| 1.3.2. Konfidenzintervalle für $\mu$ , $\sigma^2$ und $\sigma$ .....                                                                                                                                                            | 160 |
| 1.3.3. Prognose- und Toleranzintervalle .....                                                                                                                                                                                   | 163 |
| 1.4. Bestimmung von benötigten Stichprobenumfängen<br>bei Intervallschätzungen .....                                                                                                                                            | 166 |
| 1.4.1. Einhaltung absoluter Genauigkeiten .....                                                                                                                                                                                 | 166 |
| 1.4.2. Einhaltung prozentualer Genauigkeiten .....                                                                                                                                                                              | 173 |
| A. Das Variationszahlverfahren .....                                                                                                                                                                                            | 173 |
| B. Das Streuzahlverfahren .....                                                                                                                                                                                                 | 175 |
| 1.5. Testen von Parameter-Hypothesen und Bestimmung<br>des benötigten Stichprobenumfangs .....                                                                                                                                  | 178 |
| 1.5.1. Testen von Hypothesen über die Parameter einer normal-<br>verteilten Grundgesamtheit .....                                                                                                                               | 178 |
| A. Hypothesen über den Mittelwert $\mu$ .....                                                                                                                                                                                   | 178 |
| B. Hypothesen über die Varianz $\sigma^2$ .....                                                                                                                                                                                 | 179 |
| 1.5.2. Bestimmung des Stichprobenumfangs $n$ beim Testen<br>von Hypothesen über den Erwartungswert $\mu$ einer normal-<br>verteilten Grundgesamtheit bei vorgegebenem Fehler 1. Art $\alpha$<br>und Fehler 2. Art $\beta$ ..... | 181 |
| 1.6. Anpassungstests an die Normalverteilung .....                                                                                                                                                                              | 182 |
| A. Der $\chi^2$ -Anpassungstest .....                                                                                                                                                                                           | 182 |
| B. Der Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest .....                                                                                                                                                                                 | 183 |
| C. Ein Beispiel .....                                                                                                                                                                                                           | 186 |
| C1. $\chi^2$ -Anpassungstest .....                                                                                                                                                                                              | 186 |
| C2. Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest .....                                                                                                                                                                                    | 187 |
| 1.7. Weitere Verfahren zum Testen von Normalverteilungshypothesen ....                                                                                                                                                          | 189 |
| 1.7.1. Test auf Schiefe und Exzeß .....                                                                                                                                                                                         | 189 |
| 1.7.2. Überprüfung der Normalverteilungsannahme mit Hilfe<br>von Wahrscheinlichkeitspapier .....                                                                                                                                | 190 |
| 2. Die Gleichverteilung und die Dreiecksverteilung .....                                                                                                                                                                        | 192 |
| 2.1. Die stetige Gleichverteilung .....                                                                                                                                                                                         | 192 |
| 2.1.1. Die eindimensionale Gleichverteilung und ihre Anwendung<br>in der Computersimulation .....                                                                                                                               | 192 |
| 2.1.2. Die zweidimensionale Gleichverteilung .....                                                                                                                                                                              | 194 |
| 2.2. Die Dreiecksverteilung .....                                                                                                                                                                                               | 195 |
| 2.3. Punkt- und Intervallschätzungen für die Gleichverteilung .....                                                                                                                                                             | 197 |
| 2.4. Der $\chi^2$ -Anpassungstest für die Gleichverteilung .....                                                                                                                                                                | 198 |
| 3. Einige diskrete Verteilungen .....                                                                                                                                                                                           | 199 |
| 3.1. Die Binomialverteilung .....                                                                                                                                                                                               | 199 |
| 3.1.1. Punkt- und Intervallschätzung des Parameters $p$ .....                                                                                                                                                                   | 202 |

|                                                                                                                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.1.2. Testen von Hypothesen über den Parameter $p$ .....                                                                                                                  | 205 |
| 3.1.3. Bestimmung des Stichprobenumfangs $n$ beim Testen<br>von Hypothesen über den Parameter $p$ einer Binomialverteilung<br>bei vorgegebenen Fehlern 1. und 2. Art ..... | 206 |
| 3.2. Die hypergeometrische Verteilung .....                                                                                                                                | 207 |
| 3.2.1. Punktschätzungen für die Hypergeometrische Verteilung .....                                                                                                         | 208 |
| 3.3. Die Multinomialverteilung .....                                                                                                                                       | 209 |
| 3.3.1. Konfidenzbereich für die Multinomialverteilung .....                                                                                                                | 211 |
| 3.4. Die Poissonverteilung .....                                                                                                                                           | 212 |
| 3.4.1. Punkt- und Intervallschätzung für den Parameter $\lambda$<br>einer $Po(\lambda)$ -Verteilung .....                                                                  | 214 |
| 3.4.2. Test über den Parameter $\lambda$ einer $Po(\lambda)$ -Verteilung .....                                                                                             | 214 |
| 3.4.3. Der $\chi^2$ -Anpassungstest für die Poissonverteilung .....                                                                                                        | 216 |
| <br>                                                                                                                                                                       |     |
| 4. <i>Einige Lebensdauerverteilungen</i> .....                                                                                                                             | 218 |
| 4.1. Die Exponentialverteilung .....                                                                                                                                       | 219 |
| 4.1.1. Punkt- und Intervallschätzung für den Parameter<br>einer $Ex(\lambda)$ -Verteilung .....                                                                            | 220 |
| 4.1.2. Tests von Hypothesen über den Parameter einer $Ex(\lambda)$ -<br>Verteilung .....                                                                                   | 223 |
| 4.1.3. Der $\chi^2$ -Anpassungstest für die Exponentialverteilung .....                                                                                                    | 225 |
| 4.1.4. Der Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest für die<br>Exponentialverteilung .....                                                                                       | 226 |
| 4.2. Die Weibullverteilung .....                                                                                                                                           | 230 |
| 4.2.1. Schätzen der Parameter $\alpha$ und $\beta$ der Weibullverteilung .....                                                                                             | 232 |
| 4.3. Die IDB-Verteilung (Hjorth-Verteilung) .....                                                                                                                          | 232 |
| 4.3.1. Schätzen der Parameter $\alpha$ , $\beta$ und $\gamma$ der IDB-Verteilung .....                                                                                     | 234 |
| 4.4. Die Erlang- $n$ -Verteilung .....                                                                                                                                     | 234 |
| <br>                                                                                                                                                                       |     |
| 5. <i>Nichtparametrische Test- und Schätzmethoden im Ein-Stichproben-Fall</i> ...                                                                                          | 235 |
| 5.1. Konfidenzintervalle und Tests für Quantile .....                                                                                                                      | 235 |
| 5.1.1. Ein Konfidenzintervall für Quantile .....                                                                                                                           | 236 |
| 5.1.2. Tests für Quantile .....                                                                                                                                            | 237 |
| 5.2. Nichtparametrische Toleranzintervalle .....                                                                                                                           | 238 |
| 5.3. Konfidenzstreifen für eine unbekannte Verteilungsfunktion .....                                                                                                       | 240 |
| 5.4. Nichtparametrische Einstichproben-Lokationsvergleiche und Tests<br>auf Trend .....                                                                                    | 242 |
| 5.4.1. Der Zeichentest .....                                                                                                                                               | 242 |
| 5.4.2. Der Vorzeichenrangtest nach Wilcoxon .....                                                                                                                          | 243 |
| 5.4.3. Tests auf Trend .....                                                                                                                                               | 247 |
| A. Der Test von Cox und Stuart .....                                                                                                                                       | 247 |
| B. Der Test nach Mann .....                                                                                                                                                | 249 |
| <br>                                                                                                                                                                       |     |
| 6. <i>Sequentielle Quotiententests</i> .....                                                                                                                               | 251 |
| 6.1. Der sequentielle Quotiententest für die Binomialverteilung .....                                                                                                      | 252 |
| 6.2. Sequentieller Quotiententest für den Erwartungswert<br>einer Normalverteilung .....                                                                                   | 259 |
| 6.3. Sequentieller Quotiententest für eine Exponentialverteilung .....                                                                                                     | 261 |

|                                                                                                                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Kapitel V: Aspekte der Datengewinnung – Stichprobentheorie, Meßfehler, Ausreißertests, Datentransformationen, Versuchsplanung, Klinische Versuche, Skalierung</b> ..... | 269 |
| <i>1. Abriss der klassischen Stichprobentheorie am Beispiel der Inventur auf Stichprobenbasis</i> .....                                                                    | 269 |
| 1.1. Die Stichprobe .....                                                                                                                                                  | 270 |
| 1.2. Überlegungen und Vorgehensweisen bei Stichprobenerhebungen .....                                                                                                      | 271 |
| 1.3. Verteilungsannahmen bei Stichprobenerhebungen .....                                                                                                                   | 272 |
| 1.4. Die einfache Zufallsauswahl .....                                                                                                                                     | 273 |
| 1.5. Geschichtete Zufallsauswahl .....                                                                                                                                     | 278 |
| 1.5.1. Die optimale Aufteilung (Neyman-Tschuprow-Aufteilung) .....                                                                                                         | 282 |
| 1.5.2. Die proportionale Aufteilung .....                                                                                                                                  | 285 |
| 1.5.3. Aufteilung nach Auswahl der Stichprobe .....                                                                                                                        | 286 |
| 1.5.4. Genauigkeitsvergleiche .....                                                                                                                                        | 287 |
| 1.6. Klumpenstichprobenverfahren .....                                                                                                                                     | 288 |
| 1.6.1. Einstufige Auswahlverfahren .....                                                                                                                                   | 289 |
| 1.6.2. Mehrstufige Auswahlverfahren .....                                                                                                                                  | 291 |
| <i>2. Weitere Verfahren der Stichprobentheorie</i> .....                                                                                                                   | 292 |
| 2.1. Ziehen mit und ohne Zurücklegen .....                                                                                                                                 | 292 |
| 2.2. Schätzen von Anteilen .....                                                                                                                                           | 293 |
| 2.3. Die systematische Stichprobe .....                                                                                                                                    | 295 |
| 2.4. Stichproben mit ungleichen Auswahlwahrscheinlichkeiten .....                                                                                                          | 297 |
| 2.5. Die Formel von Horwitz-Thompson .....                                                                                                                                 | 299 |
| 2.6. Verhältnis-, Differenzen- und Regressionsschätzung, gebundene und freie Hochrechnung .....                                                                            | 300 |
| 2.6.1. Die Verhältnisschätzung .....                                                                                                                                       | 300 |
| 2.6.2. Die Differenzenschätzung .....                                                                                                                                      | 303 |
| 2.6.3. Die Regressionsschätzung .....                                                                                                                                      | 303 |
| 2.7. Zweiphasige Problemstellungen .....                                                                                                                                   | 304 |
| <i>3. Probleme bei der praktischen Durchführung einer Erhebung</i> .....                                                                                                   | 305 |
| 3.1. Die Abgrenzung der Grundgesamtheit .....                                                                                                                              | 305 |
| 3.2. Endliche und unendliche sowie fiktive Grundgesamtheiten .....                                                                                                         | 306 |
| 3.3. Auswahltechniken und Erhebungsprobleme .....                                                                                                                          | 307 |
| 3.4. Probleme im Zusammenhang mit Befragungen .....                                                                                                                        | 309 |
| 3.4.1. Fragestellung und Fragebogen .....                                                                                                                                  | 309 |
| 3.4.2. Typen von Befragungen .....                                                                                                                                         | 310 |
| 3.4.3. Das Problem der Nichtbeantwortung .....                                                                                                                             | 311 |
| 3.5. Vergleich zwischen den Schichten .....                                                                                                                                | 313 |
| 3.6. Stichprobenverfahren in der Marktforschung .....                                                                                                                      | 314 |
| 3.6.1. Marktforschung – Zielsetzungen und Problemstellungen .....                                                                                                          | 314 |
| 3.6.2. Beurteilungsstichproben in der Marktforschung .....                                                                                                                 | 316 |
| A. Typische Auswahl .....                                                                                                                                                  | 316 |
| B. Auswahl nach dem Konzentrationsprinzip .....                                                                                                                            | 317 |
| C. Quotenauswahl .....                                                                                                                                                     | 318 |
| 3.7. Die Bedeutung der Stichprobenverfahren .....                                                                                                                          | 320 |
| <i>4. Theorie der Meßfehler, Ausreißertests, Datentransformationen</i> .....                                                                                               | 320 |
| 4.1. Der Meßfehler bei der Datengewinnung .....                                                                                                                            | 321 |

|                                                                                                   |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.2. Das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz .....                                                | 326        |
| 4.3. Kontrolle und Erfassung von Meßfehlern .....                                                 | 332        |
| 4.3.1. Kontrolle und Ermittlung systematischer Fehler .....                                       | 332        |
| 4.3.2. Die Verwendung von Kontrollkarten .....                                                    | 335        |
| 4.3.3. Ringversuche: Inter- und Intralaboratorielle Vergleiche .....                              | 337        |
| 4.3.4. Präzision, Spezifität, Richtigkeit und Sensibilität<br>von Meß- und Analyseverfahren ..... | 341        |
| 4.4. Das Ausreißerproblem .....                                                                   | 343        |
| A. Der David-Hartley-Pearson-Test .....                                                           | 344        |
| B. Der Grubbs-Test .....                                                                          | 345        |
| C. Dixon's r-Statistiken .....                                                                    | 346        |
| D. Test auf ein Ausreißerpaar .....                                                               | 347        |
| 4.5. Transformationen .....                                                                       | 349        |
| A. Die reziproke Transformation .....                                                             | 349        |
| B. Die Wurzel-Transformation .....                                                                | 349        |
| C. Die Logarithmische Transformation .....                                                        | 351        |
| D. Die Box-Cox-Transformation .....                                                               | 352        |
| E. Die Arcus-Sinus-Transformation .....                                                           | 352        |
| F. Die Fishersche Z-Transformation .....                                                          | 354        |
| <i>5. Allgemeine Aspekte der Planung von Versuchen .....</i>                                      | <i>354</i> |
| <i>6. Anlage von klinischen Versuchen .....</i>                                                   | <i>363</i> |
| 6.1. Ethische Probleme bei klinischen Versuchen .....                                             | 366        |
| 6.2. Auswahl und Zuordnung von Versuchspersonen .....                                             | 367        |
| 6.2.1. Die retrospektive Zuordnung .....                                                          | 368        |
| 6.2.2. Zuordnung auf freiwilliger Basis .....                                                     | 369        |
| 6.2.3. Pseudaleatorische und aleatorische Zuordnung .....                                         | 370        |
| 6.2.4. Einige weitere Zuordnungsverfahren .....                                                   | 370        |
| 6.3. Die Vergleichbarkeit der Versuchsergebnisse .....                                            | 370        |
| 6.4. Auto- und Heterosuggestion, Blindversuche .....                                              | 371        |
| 6.5. Sequentielle Studien .....                                                                   | 372        |
| 6.6. Ein Beispiel .....                                                                           | 373        |
| <i>7. Skalierung von Merkmalsausprägungen und Testergebnissen .....</i>                           | <i>374</i> |
| <b>Kapitel VI: Qualitätskontrolle .....</b>                                                       | <b>381</b> |
| <i>1. Stichprobenpläne in der Eingangs- und Endkontrolle .....</i>                                | <i>381</i> |
| 1.1. Einfache Stichprobenpläne für qualitative Merkmale .....                                     | 383        |
| A. Vorgabe zweier Punkte der Operationscharakteristik .....                                       | 384        |
| B. Vorgabe des Indifferenzpunktes und der Steilheit .....                                         | 387        |
| 1.2. Mehrfache und sequentielle Stichprobenpläne für qualitative<br>Merkmale .....                | 389        |
| A. Doppelte Stichprobenpläne .....                                                                | 390        |
| B. Sequentielle Stichprobenpläne .....                                                            | 392        |
| 1.3. Stichprobenpläne für quantitative Merkmale .....                                             | 395        |
| <i>2. Laufende Kontrolle der Produktion (Kontrollkarten) .....</i>                                | <i>401</i> |
| 2.1. Laufende Kontrolle bei quantitativen Merkmalen .....                                         | 401        |
| 2.2. Laufende Kontrolle bei qualitativen Merkmalen .....                                          | 404        |
| <i>3. Kontinuierliche Stichprobenpläne .....</i>                                                  | <i>406</i> |

|                                                                                   |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Kapitel VII: Analyse diskreten Datenmaterials in Form von Kontingenztafeln</b> | <b>407</b> |
| 1. Die $2 \times 2$ -Felder-Tafel                                                 | 411        |
| 1.1. Hypothesen für die $2 \times 2$ -Felder-Tafel                                | 412        |
| A. Die Unabhängigkeitshypothese                                                   | 412        |
| B. Die Homogenitätshypothese                                                      | 412        |
| C. Beziehungen zwischen den Hypothesen                                            | 412        |
| 1.2. Tests auf Unabhängigkeit in der $2 \times 2$ -Tafel                          | 413        |
| 1.2.1. Der $\chi^2$ -Test                                                         | 413        |
| 1.2.2. Exakte Tests                                                               | 414        |
| A. Ein exakter Test, der auf größere Kontingenztafeln übertragbar ist             | 414        |
| B. Der exakte Test von Fisher                                                     | 416        |
| 1.2.3. Einseitige Hypothesen in $2 \times 2$ -Tafeln                              | 416        |
| 1.3. Tests auf Homogenität in der $2 \times 2$ -Tafel                             | 418        |
| 1.3.1. Die Durchführung der Tests                                                 | 418        |
| 1.3.2. Der erforderliche Stichprobenumfang                                        | 419        |
| A. Die Formel mittels Approximation der Gütefunktion des $\chi^2$ -Tests          | 419        |
| B. Die Arcus-Sinus-Formel                                                         | 420        |
| C. Die Formel nach Casagrande/Pike/Smith                                          | 420        |
| D. Exakte Stichprobenumfänge                                                      | 421        |
| 1.4. Tests auf Symmetrie in der $2 \times 2$ -Tafel                               | 422        |
| 1.4.1. Der McNemar-Test                                                           | 423        |
| 1.4.2. Cochran's Q                                                                | 423        |
| 2. Loglineare Modelle und Tests für $r \times s$ -Tafeln                          | 425        |
| 2.1. Das loglineare Modell für die $r \times s$ -Tafel                            | 425        |
| 2.1.1. Entwicklung des Modells am Beispiel der $2 \times 2$ -Tafel                | 425        |
| A. Aufstellung des Modells                                                        | 425        |
| B. Schätzen der Parameter                                                         | 427        |
| C. Die approximative Varianz der Schätzungen                                      | 428        |
| D. Die Interpretation der Parameter                                               | 428        |
| 2.1.2. Das Modell für die allgemeine $r \times s$ -Tafel                          | 429        |
| 2.2. Hypothesen und Tests in $r \times s$ -Tafeln                                 | 432        |
| 2.2.1. Einige Hypothesen für $r \times s$ -Tafeln                                 | 433        |
| A. Die Unabhängigkeits- bzw. Homogenitätshypothese                                | 433        |
| B. Die bedingte Gleichverteilungshypothese                                        | 434        |
| C. Die totale Gleichverteilungshypothese                                          | 434        |
| 2.2.2. Einige Testverfahren für $r \times s$ -Tafeln                              | 435        |
| A. $\chi^2$ - und Likelihood-Quotienten-Test                                      | 435        |
| B. Die Statistiken $\tau_A$ und $\tau_B$                                          | 439        |
| C. Der Test auf Symmetrie nach Bowker                                             | 440        |
| 3. Assoziationsmaße für $2 \times 2$ und $r \times s$ -Tafeln                     | 442        |
| 3.1. Assoziationsmaße in der $2 \times 2$ -Kontingenztafel                        | 442        |
| 3.1.1. Assoziationsmaße, die in Beziehung zum cross-product ratio $q$ stehen      | 442        |
| A. Die Eigenschaften des cross-product ratio                                      | 442        |
| B. Der Q-Koeffizient von Yule                                                     | 443        |
| C. Der Verbundenheitskoeffizient von Yule                                         | 444        |
| D. Punkt- und Intervallschätzungen für die Yuleschen Assoziationsmaße             | 444        |

|                                                                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| E. Eigenschaften der Yuleschen Assoziationsmaße .....                                                                                       | 446 |
| 3.1.2. Assoziationsmaße, die in Beziehung zum Korrelationskoeffizienten $\rho$ stehen .....                                                 | 446 |
| A. Der Korrelationskoeffizient $\rho$ (Phikoeffizient) und seine Eigenschaften .....                                                        | 446 |
| B. Der Pearsonsche Kontingenzkoeffizient .....                                                                                              | 449 |
| 3.2. Assoziationsmaße in allgemeinen 2-dimensionalen Kontingenztafeln ..                                                                    | 450 |
| 3.2.1. Assoziationsmaße, die in Beziehung zur $\chi^2$ -Statistik stehen .....                                                              | 451 |
| A. Der Pearsonsche Kontingenzkoeffizient für die $r \times s$ -Tafel .....                                                                  | 451 |
| B. Der korrigierte Pearsonsche Kontingenzkoeffizient .....                                                                                  | 451 |
| C. Das Assoziationsmaß von Tschuprow .....                                                                                                  | 451 |
| D. Das Assoziationsmaß von Cramér .....                                                                                                     | 452 |
| E. Schätzung der Varianzen der Assoziationsmaße .....                                                                                       | 452 |
| F. Ein Beispiel .....                                                                                                                       | 452 |
| 3.2.2. Die $\lambda$ - und die $\tau$ -Maße .....                                                                                           | 455 |
| A. Die $\lambda$ -Maße $\lambda_A$ , $\lambda_B$ und $\lambda$ .....                                                                        | 456 |
| B. Die $\tau$ -Maße $\tau_A$ , $\tau_B$ und $\tau$ .....                                                                                    | 459 |
| 4. <i>Loglineare Modelle und Tests für mehrdimensionale Kontingenztafeln</i> ....                                                           | 464 |
| 4.1. Die Parameter des saturierten Modells .....                                                                                            | 465 |
| A. Schätzen der Parameter des saturierten Modells .....                                                                                     | 466 |
| B. Varianz- und Intervallschätzungen für die Parameter des saturierten Modells .....                                                        | 471 |
| 4.2. Testen von Hypothesen über die Parameter des saturierten Modells ...                                                                   | 477 |
| 4.2.1. Ein iteratives Verfahren zur Schätzung erwarteter Häufigkeiten unter einer Hypothese .....                                           | 477 |
| 4.2.2. Die Bestimmung der Freiheitsgrade .....                                                                                              | 485 |
| 4.2.3. Die Partitionierung der Teststatistiken .....                                                                                        | 488 |
| 5. <i>Verteilungsannahmen, Logit-Modell und Adjustieren bei Kontingenztafeln</i> .                                                          | 492 |
| 5.1. Kontingenztafeln und Verteilungen .....                                                                                                | 492 |
| 5.1.1. Verteilungsannahmen bei Kontingenztafeln .....                                                                                       | 492 |
| 5.1.2. Vergleich der Parameter mehrerer diskreter Verteilungen .....                                                                        | 495 |
| A. Vergleich der Parameter von $s$ Poissonverteilungen .....                                                                                | 495 |
| B. Vergleich der Parameter verschiedener Binomialverteilungen .....                                                                         | 496 |
| C. Vergleich der Parameter mehrerer Multinomialverteilungen .....                                                                           | 498 |
| 5.2. Das Logit-Modell bei Kontingenztafeln .....                                                                                            | 498 |
| 5.3. Adjustieren von Kontingenztafeln .....                                                                                                 | 501 |
| <b>Kapitel VIII: Vergleich zweier Meßreihen (Stichproben)</b> .....                                                                         | 505 |
| 1. <i>Vergleich zweier unabhängiger Meßreihen</i> .....                                                                                     | 505 |
| 1.1. Lokationsvergleiche bei normalverteilter Grundgesamtheit .....                                                                         | 505 |
| 1.1.1. Tests und Konfidenzintervalle bei bekannten Varianzen $\sigma_1^2$ und $\sigma_2^2$ der Grundgesamtheiten .....                      | 505 |
| 1.1.2. Tests und Konfidenzintervalle bei unbekanntem aber gleichen Varianzen $\sigma_1^2$ und $\sigma_2^2$ der beiden Grundgesamtheiten ... | 508 |
| 1.1.3. Tests und Konfidenzintervalle bei unbekanntem und ungleichen Varianzen $\sigma_1^2$ und $\sigma_2^2$ der beiden Grundgesamtheiten .  | 510 |
| 1.1.4. Bestimmung von Stichprobenumfängen bei Tests und Konfidenzintervallen .....                                                          | 511 |

|                                                                                                                                         |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 1.2. Verteilungsfreie Lokationsvergleiche .....                                                                                         | 513        |
| 1.2.1. Der Wilcoxon-Rangsummentest, der U-Test von Mann-Whitney                                                                         | 513        |
| 1.2.2. Der Kolmogoroff-Smirnov-Test .....                                                                                               | 520        |
| 1.3. Dispersionsvergleiche bei normalverteilten Grundgesamtheiten –<br>Tests und Konfidenzintervalle .....                              | 524        |
| 1.4. Verteilungsfreie Dispersionsvergleiche .....                                                                                       | 526        |
| 1.4.1. Der Test von Ansari-Bradley-Freund, der Siegel-Tukey-Test ...                                                                    | 526        |
| 1.4.2. Der Test von Moses .....                                                                                                         | 529        |
| 1.5. Test auf Trend .....                                                                                                               | 531        |
| <br>2. Vergleich zweier abhängiger Meßreihen .....                                                                                      | 533        |
| 2.1. Lokationsvergleiche bei normalverteilten Grundgesamtheiten –<br>Tests, Konfidenzintervalle und Bestimmung der Stichprobenumfänge . | 534        |
| A. Die Varianz $\sigma_d^2$ ist bekannt .....                                                                                           | 534        |
| B. Die Varianz $\sigma_d^2$ ist unbekannt .....                                                                                         | 536        |
| 2.2. Dispersionsvergleiche bei normalverteilten Grundgesamtheiten .....                                                                 | 538        |
| 2.3. Verteilungsfreie Lokationsvergleiche .....                                                                                         | 539        |
| <br><b>Kapitel IX: Die Korrelation von Merkmalen .....</b>                                                                              | <b>545</b> |
| 1. Die Korrelation zweier normalverteilter Merkmale .....                                                                               | 546        |
| 2. Die Rangkorrelation zweier Merkmale .....                                                                                            | 553        |
| 2.1. Der Spearmansche Rangkorrelationskoeffizient .....                                                                                 | 553        |
| 2.2. Der Kendallsche Rangkorrelationskoeffizient .....                                                                                  | 559        |
| 3. Die partielle Korrelation .....                                                                                                      | 561        |
| 3.1. Die partielle Korrelation zwischen normalverteilten Merkmalen .....                                                                | 561        |
| 3.2. Der partielle Rangkorrelationskoeffizient nach Kendall .....                                                                       | 563        |
| 4. Die bi-partielle Korrelation .....                                                                                                   | 563        |
| 5. Die multiple Korrelation .....                                                                                                       | 564        |
| 6. Ein Test auf Unabhängigkeit von $p$ Meßreihen .....                                                                                  | 567        |
| <br><b>Kapitel X: Regressionsanalyse .....</b>                                                                                          | <b>569</b> |
| 1. Lineare Regression .....                                                                                                             | 573        |
| 1.1. Die Methode der kleinsten Quadrate .....                                                                                           | 574        |
| 1.2. Schätzen der Fehlervarianz $\sigma^2$ .....                                                                                        | 578        |
| 1.3. Zusammenhang zwischen Regressions- und Korrelationsrechnung;<br>das Bestimmtheitsmaß .....                                         | 578        |
| 1.4. Konfidenzintervalle und Testen von Hypothesen über<br>die unbekannt Parameter $\alpha$ , $\beta$ und $\sigma^2$ .....              | 580        |
| 1.5. Konfidenz- und Prognosestreifen .....                                                                                              | 582        |
| 1.6. Regression durch einen vorgegebenen Punkt, Regression ohne<br>Absolutglied (eigentlich -lineare Regression) .....                  | 584        |
| 2. Residualanalyse .....                                                                                                                | 585        |
| 3. Transformationen auf Linearität .....                                                                                                | 587        |

|                                                                                                                                    |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4. Nichtlineare Regression und Schätzen des Maximums (Minimums) einer quadratischen Regressionsfunktion .....                      | 589        |
| 5. Multiple Regression .....                                                                                                       | 595        |
| 6. Regression bei Fehlern in den Variablen .....                                                                                   | 601        |
| A. Die Varianz $\sigma_1^2$ ist bekannt .....                                                                                      | 601        |
| B. Die Varianz $\sigma_2^2$ ist bekannt .....                                                                                      | 602        |
| C. Der Quotient der Varianzen $\sigma_1^2$ und $\sigma_2^2$ ist bekannt .....                                                      | 603        |
| D. Das Berkson-Modell .....                                                                                                        | 604        |
| 7. Regressionsgerade nach Wald .....                                                                                               | 605        |
| <b>Kapitel XI: Varianzanalyse</b> .....                                                                                            | <b>609</b> |
| 1. Vergleich von $p$ unabhängigen Meßreihen (Stichproben) – einfache Varianzanalyse, vollständig randomisierter Versuchsplan ..... | 610        |
| 1.1. Testen auf signifikante Lokationsunterschiede .....                                                                           | 611        |
| A. Der F-Test (normalverteilte Grundgesamtheit) .....                                                                              | 611        |
| B. Der Test von Kruskal und Wallis .....                                                                                           | 613        |
| 1.2. Simultane Vergleiche von $p$ Mittelwerten .....                                                                               | 614        |
| A. Die Tests von Scheffé und Tukey .....                                                                                           | 616        |
| A1. Scheffé-Test .....                                                                                                             | 616        |
| A2. Tukey-Test .....                                                                                                               | 616        |
| B. Der Test von Steel und Dwass .....                                                                                              | 616        |
| 1.3. Dispersionsvergleiche .....                                                                                                   | 617        |
| A. Der Bartlett-Test .....                                                                                                         | 617        |
| B. Der Levene-Test .....                                                                                                           | 617        |
| C. Scheffé's $\chi^2$ -Test .....                                                                                                  | 617        |
| 1.4. Modellbetrachtung .....                                                                                                       | 619        |
| 2. Das einfache Blockexperiment .....                                                                                              | 619        |
| 2.1. Verfahren bei normalverteilter Grundgesamtheit .....                                                                          | 620        |
| 2.2. Verteilungsfreie Verfahren .....                                                                                              | 622        |
| 3. Zweifache Varianzanalyse mit mehreren Beobachtungen pro Faktorstufenkombination (pro Zelle) .....                               | 624        |
| 3.1. Modell mit Wechselwirkungen zwischen den Faktoren A und B .....                                                               | 625        |
| 3.2. Modell ohne Wechselwirkungen zwischen den Faktoren .....                                                                      | 627        |
| 4. Die Komponenten der Streuung – Modelle der Varianzanalyse mit zufälligen Effekten (Modell II) .....                             | 629        |
| 4.1. Die einfach hierarchische Klassifikation .....                                                                                | 630        |
| 4.2. Ein nicht-klassisches Varianzanalysemodell aus der Geodäsie .....                                                             | 634        |
| <b>Kapitel XII: Zeitreihenanalyse</b> .....                                                                                        | <b>637</b> |
| 1. Deskriptive Methoden der Zeitreihenanalyse .....                                                                                | 640        |
| 1.1. Die Komponenten einer Zeitreihe .....                                                                                         | 640        |
| 1.2. Nichtlineare Trendmodelle – Trendschätzung mittels nicht-linearer Regression .....                                            | 642        |

|                                                                                                       |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.2.1. Die logistische Funktion .....                                                                 | 642 |
| 1.2.2. Die Mitscherlich-Funktion und die Gompertz-Kurve .....                                         | 648 |
| 1.2.3. Die allometrische Funktion .....                                                               | 654 |
| 1.3. Trend- und Saison-Schätzung bzw. -Elimination<br>durch Glättung bzw. Filterung .....             | 660 |
| 1.3.1. Gleitende Durchschnitte .....                                                                  | 660 |
| 1.3.2. Polynome und Splines .....                                                                     | 666 |
| 1.3.3. Die Differenzenmethode .....                                                                   | 668 |
| 1.3.4. Exponentielles Glätten .....                                                                   | 672 |
| 1.3.5. Lineare Filter .....                                                                           | 673 |
| 1.4. Autokovarianzen, Autokorrelationen und partielle<br>Autokorrelationen .....                      | 675 |
| 2. <i>Selbsterklärende Zeitreihenmodelle und die Methode<br/>von Box und Jenkins.</i> .....           | 678 |
| 2.1. Autoregressive Prozesse (AR-Prozesse) .....                                                      | 678 |
| 2.2. Moving average Prozesse (MA-Prozesse) .....                                                      | 681 |
| 2.3. Gemischte Prozesse (ARMA-Prozesse) .....                                                         | 682 |
| 2.4. Instationäre stochastische Prozesse, ARIMA-<br>und SARIMA-Prozesse, Box-Cox-Transformation ..... | 684 |
| 2.5. Die Methode von Box und Jenkins .....                                                            | 686 |
| 2.5.1. Modellidentifikation .....                                                                     | 686 |
| 2.5.2. Schätzen der Modellparameter .....                                                             | 688 |
| 2.5.3. Modellüberprüfung .....                                                                        | 690 |
| 2.5.4. Prognose und Prognosegüte .....                                                                | 691 |
| 2.6. Ein Beispiel zur Methode von Box und Jenkins .....                                               | 694 |
| 3. <i>Die Spektralanalyse</i> .....                                                                   | 699 |
| 3.1. Komplexe Zahlen .....                                                                            | 700 |
| 3.2. Spektrum und Spektraldichte .....                                                                | 701 |
| 3.3. Spektraldichten gefilterter Prozesse .....                                                       | 703 |
| 3.4. Schätzen der Spektraldichte .....                                                                | 709 |
| 3.4.1. Das Periodogramm und das Stichprobenspektrum .....                                             | 709 |
| 3.4.2. Geglättete Spektraldichteschätzungen, Spektral-<br>und lag-Fenster .....                       | 711 |
| 3.4.3. Ein Beispiel zum Stichprobenspektrum .....                                                     | 715 |
| 3.5. Die harmonische Analyse einer Zeitreihe .....                                                    | 717 |
| 3.6. Das Berliner Verfahren zur Saisonbereinigung .....                                               | 722 |
| 4. <i>Analyse des Zusammenhangs zweier Zeitreihen</i> .....                                           | 727 |
| 4.1. Analyse im Zeitbereich .....                                                                     | 728 |
| 4.2. Analyse im Frequenzbereich – Kreuzspektralanalyse .....                                          | 728 |
| 4.2.1. Das Kreuzspektrum .....                                                                        | 729 |
| 4.2.2. Schätzung kreuzspektraler Größen .....                                                         | 734 |
| 5. <i>Gemischte Regressions-Zeitreihen-Modelle</i> .....                                              | 735 |
| 5.1. Regressionsmodelle mit korrelierten Fehlern .....                                                | 736 |
| 5.1.1. Allgemeine Vorgehensweise .....                                                                | 736 |
| 5.1.2. Regressionsmodelle mit AR(1)-Fehler-Prozeß .....                                               | 737 |

|                                                                                                                                             |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| A. Die Cochrane-Orcutt-Methode . . . . .                                                                                                    | 738        |
| B. Der Durbin-Watson-Test . . . . .                                                                                                         | 740        |
| C. Prognose und Prognosegüte . . . . .                                                                                                      | 741        |
| D. Ein Beispiel . . . . .                                                                                                                   | 741        |
| 5.2. Autoregressive Regressionsmodelle . . . . .                                                                                            | 744        |
| <b>Kapitel XIII: Analyse von Lebensdauern und Zuverlässigkeit von Systemen . . . . .</b>                                                    | <b>745</b> |
| 1. Die Zuverlässigkeit von Komponenten und Systemen . . . . .                                                                               | 746        |
| 1.1. Die Zuverlässigkeit elementarer Systeme . . . . .                                                                                      | 746        |
| 1.2. Zuverlässigkeitsschaltbilder . . . . .                                                                                                 | 748        |
| 1.3. Darstellung monotoner Systeme mittels minimaler Pfade<br>und minimaler Schnitte . . . . .                                              | 750        |
| 1.4. Systemstrukturfunktion und Systemzuverlässigkeitsfunktion . . . . .                                                                    | 751        |
| 1.4.1. Die Strukturfunktion monotoner Systeme . . . . .                                                                                     | 751        |
| A. Bestimmung einer Strukturfunktion mittels disjunktiver Normal-<br>form . . . . .                                                         | 752        |
| B. Bestimmung einer Strukturfunktion mittels minimaler Pfad-<br>oder Schnittmengen . . . . .                                                | 754        |
| C. Gewinnung des Zuverlässigkeitsschaltbildes zu einer Struktur-<br>funktion . . . . .                                                      | 755        |
| 1.4.2. Die Zuverlässigkeitsfunktion monotoner Systeme . . . . .                                                                             | 756        |
| 1.5. Stochastische Assoziiertheit von Systemkomponenten . . . . .                                                                           | 759        |
| 1.6. Klassifizierung der Zuverlässigkeitsfunktionen monotoner Systeme<br>mit Komponenten gleicher Zuverlässigkeit . . . . .                 | 759        |
| 1.7. Methoden zur Erhöhung der Zuverlässigkeit – Redundanz bei<br>Komponenten und Systemen, Systeme mit heißer und kalter Reserve . . . . . | 760        |
| 1.8. Systeme mit mehr als zwei Zuständen (Multi-State-Systemen) . . . . .                                                                   | 763        |
| 1.8.1. Die Bestimmung des Systemzustandes mittels minimaler Pfad-<br>oder Schnittmengen . . . . .                                           | 763        |
| 1.8.2. Kritische Pfadvektoren bei Multi-State-Systemen . . . . .                                                                            | 764        |
| 1.9. Die Fehlerbaumanalyse . . . . .                                                                                                        | 765        |
| 1.10. Systembetrachtungen bei mehrphasigen Missionen . . . . .                                                                              | 769        |
| 1.10.1. Mehrphasige Missionen . . . . .                                                                                                     | 769        |
| 1.10.2. Phasenzuverlässigkeiten und Missionszuverlässigkeit . . . . .                                                                       | 770        |
| 1.10.3. Die Transformation mehrphasiger Missionen . . . . .                                                                                 | 772        |
| 2. Klassen von Lebensdauerverteilungen . . . . .                                                                                            | 774        |
| 2.1. IFR- und DFR-Verteilungen . . . . .                                                                                                    | 776        |
| 2.1.1. Die Verteilungsklassen IFR und DFR . . . . .                                                                                         | 776        |
| 2.1.2. IFR- und DFR-Tests . . . . .                                                                                                         | 777        |
| A. Der Proschan-Pyke-Test . . . . .                                                                                                         | 777        |
| B. Der cttot-Test nach Epstein . . . . .                                                                                                    | 778        |
| 2.2. NBU- und NWU-Verteilungen . . . . .                                                                                                    | 779        |
| 2.2.1. Die Verteilungsklassen NBU und NWU . . . . .                                                                                         | 779        |
| 2.2.2. NBU- und NWU-Tests: Der Hollander-Proschan-Test . . . . .                                                                            | 780        |
| 2.3. IFRA- und DFRA-Verteilungen . . . . .                                                                                                  | 782        |
| 2.3.1. Die Verteilungsklassen IFRA und DFRA . . . . .                                                                                       | 782        |
| 2.3.2. IFRA- und DFRA-Tests: Der cttot-Test . . . . .                                                                                       | 784        |
| 2.4. NBUE- und NWUE-Verteilungen . . . . .                                                                                                  | 784        |
| 2.4.1. Die Verteilungsklassen NBUE und NWUE . . . . .                                                                                       | 784        |

|                                                                                                              |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.4.2. NBUE- und NWUE-Tests: Der Hollander-Proschan-Test                                                     | 784 |
| 2.5. Beziehungen zwischen den Verteilungsklassen                                                             | 786 |
| 2.6. Zensierte Lebensdauerprüfungen                                                                          | 787 |
| 3. <i>Punkt- und Intervallschätzungen für die Parameter einiger spezieller Lebensdauerverteilungen</i>       | 788 |
| 3.1. Das Modell exponentialverteilter Lebensdauern                                                           | 788 |
| 3.1.1. Punkt- und Intervallschätzungen bei fest vorgegebener Beobachtungsdauer $T_0$                         | 788 |
| A. Experimente mit Ersetzung ausgefallener Objekte                                                           | 788 |
| B. Experimente ohne Ersetzung ausgefallener Objekte                                                          | 789 |
| 3.1.2. Punkt- und Intervallschätzungen bei fest vorgegebener Zahl von Ausfällen                              | 789 |
| A. Experimente mit Ersetzung ausgefallener Objekte                                                           | 789 |
| B. Experimente ohne Ersetzung ausgefallener Objekte                                                          | 790 |
| 3.2. Das Modell Weibull-verteilter Lebensdauern                                                              | 791 |
| 3.2.1. Schätzen der Parameter $\alpha$ und $\beta$ bei fest vorgegebener Anzahl von Ausfällen ohne Ersetzung | 791 |
| 3.2.2. Schätzen der Parameter $\alpha$ und $\beta$ bei unzensierten Lebensdauerprüfungen                     | 793 |
| 3.3. Das Modell der Lognormalverteilung                                                                      | 793 |
| 3.4. Das Modell der Hjorth-Verteilung (IDB-Verteilung)                                                       | 794 |
| 4. <i>Zur Problematik zeittraffender Zuverlässigkeitsprüfungen</i>                                           | 794 |
| 4.1. Die Extrapolation der zeittraffenden Prüfung an Normalbedingungen                                       | 796 |
| 4.1.1. Das Eyring-Modell                                                                                     | 796 |
| 4.1.2. Das Arrhenius-Modell                                                                                  | 796 |
| 4.1.3. Das verallgemeinerte Eyring-Modell                                                                    | 799 |
| 4.2. Screening-Tests, Burn-Ins                                                                               | 803 |
| 4.3. Labor- und Einsatzbedingungen                                                                           | 803 |
| 4.3.1. Der Einfluß von Strahlungen auf den Alterungsprozeß                                                   | 803 |
| 4.3.2. Wertungsfaktoren für im Labor ermittelte Ausfallraten                                                 | 804 |
| 5. <i>Wartungs- und Erneuerungsüberlegungen</i>                                                              | 806 |
| 5.1. Wartung und Wartbarkeit, Erneuerung                                                                     | 806 |
| A. Die Wartbarkeit von Systemen                                                                              | 806 |
| B. Die Wartung von Systemen                                                                                  | 806 |
| C. Die Erneuerung von Systemen                                                                               | 807 |
| 5.2. Erneuerungsstrategien, Schranken der Erneuerungsfunktion                                                | 807 |
| A. Altersabhängige Erneuerungsstrategie und Gruppenerneuerungsstrategie                                      | 807 |
| B. Der Erneuerungsprozeß und die Erneuerungsfunktion                                                         | 807 |
| C. Schranken der Erneuerungsfunktion                                                                         | 808 |
| 5.3. Die Zuverlässigkeit von Straßenverkehrssignalanlagen – Ein Beispiel                                     | 808 |
| 5.3.1. Straßenverkehrssignalanlagen-Systeme                                                                  | 809 |
| A. Das System ohne Reserve                                                                                   | 809 |
| B. Das System mit heißer Reserve                                                                             | 810 |
| C. Systeme mit kalter Reserve                                                                                | 811 |
| C1. Das System mit kalter Macro-Reserve                                                                      | 811 |
| C2. Das System mit kalter Micro-Reserve                                                                      | 812 |

|                                                                                                |                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 5.3.2. Vergleich der Straßenverkehrssignalanlagen-Systeme .....                                | 812            |
| 5.3.3. Die Wirtschaftlichkeit der Systeme .....                                                | 815            |
| A. Inspektionszeiträume und Mindestzuverlässigkeit der Systeme .....                           | 817            |
| B. Systemkosten bei Mindestzuverlässigkeit der Systeme .....                                   | 818            |
| <b>6. Verfügbarkeit von Systemen und Instandhaltungsstrategien .....</b>                       | <b>820</b>     |
| 6.1. Die Verfügbarkeit von Systemen .....                                                      | 820            |
| A. Momentane Verfügbarkeit und Dauerverfügbarkeit .....                                        | 820            |
| B. Punkt- und Intervallschätzungen, Testen von Hypothesen über<br>die Dauerverfügbarkeit ..... | 820            |
| 6.2. Methoden zur Erhöhung der Verfügbarkeit .....                                             | 822            |
| A. Die Redundanzplanung .....                                                                  | 822            |
| B. Die vorbeugende Instandsetzung .....                                                        | 823            |
| B1. Bereitschafts- und Präventivstrategien .....                                               | 823            |
| B2. Periodische, sequentielle und optionale Strategien .....                                   | 823            |
| <br><b>Kapitel XIV: Explorative Datenanalyse (EDA)<br/>        und Robuste Verfahren .....</b> | <br><b>825</b> |
| <b>1. Verfahren für einzelne Merkmale in der EDA .....</b>                                     | <b>827</b>     |
| 1.1. Empirische Kenngrößen .....                                                               | 827            |
| 1.2. Empirische Kenngrößen bei gruppierten Daten .....                                         | 831            |
| 1.3. Datentransformationen .....                                                               | 832            |
| 1.4. Box-Plots .....                                                                           | 835            |
| 1.5. Stamm- und -Blätter-Darstellungen .....                                                   | 838            |
| 1.6. Histogramm und empirische Verteilungsfunktion .....                                       | 839            |
| 1.7. Empirische Dichten .....                                                                  | 840            |
| 1.8. Wurzelendiagramme .....                                                                   | 844            |
| 1.9. Q-Q-Plots zur Überprüfung von Verteilungsannahmen .....                                   | 847            |
| <b>2. Verfahren für zwei Merkmale in der EDA .....</b>                                         | <b>849</b>     |
| 2.1. Glätten zweidimensionaler Punktescharen .....                                             | 850            |
| 2.2. Explorative Regressionsgeraden .....                                                      | 852            |
| 2.3. Linearisieren zweidimensionaler Punktescharen .....                                       | 854            |
| <b>3. Verfahren für mehrdimensionale Daten in der EDA .....</b>                                | <b>857</b>     |
| 3.1. Der Scatter-Plot .....                                                                    | 858            |
| 3.2. Weitere explorative Verfahren für mehrdimensionale Daten .....                            | 860            |
| <b>4. Robuste Schätzungen .....</b>                                                            | <b>861</b>     |
| 4.1. Charakterisierung von Robustheitseigenschaften .....                                      | 862            |
| 4.1.1. Die Sensitivitätskurve .....                                                            | 862            |
| 4.1.2. Die Einflußkurve .....                                                                  | 863            |
| 4.1.3. Der Bruchpunkt .....                                                                    | 864            |
| 4.2. Robuste Skalenschätzer .....                                                              | 864            |
| 4.2.1. Der Median der absoluten Abweichungen vom Median .....                                  | 865            |
| 4.2.2. Der Quartilsabstand .....                                                               | 866            |
| 4.3. M-Schätzer für die Lokation .....                                                         | 866            |
| 4.3.1. Huber-k-Schätzer .....                                                                  | 869            |

|                                                      |     |
|------------------------------------------------------|-----|
| 4.3.2. Andrews' wave und Tukeys biweight .....       | 872 |
| 4.3.3. Die Berechnung von M-Schätzern.....           | 874 |
| 4.3.4. M-Schätzer für einige typische Beispiele..... | 878 |
| 4.4. L-Schätzer für die Lokation .....               | 880 |
| 4.4.1. Das $\alpha$ -getrimmte Mittel .....          | 880 |
| 4.4.2. Das $\alpha$ -winsorisierte Mittel.....       | 881 |
| 4.4.3. Das $\alpha$ -Gastwirth-Cohen-Mittel .....    | 882 |
| 4.5. R-Schätzer für die Lokation.....                | 883 |
| <i>Anhang</i> .....                                  | 887 |
| 1. Tabellenverzeichnis .....                         | 887 |
| 1.1. Kritische Werte, Quantile .....                 | 887 |
| 1.2. Weitere allgemeine Tabellen .....               | 888 |
| 2. Tabellenanhang .....                              | 889 |
| 3. Griechisches Alphabet .....                       | 907 |
| 4. Symbolverzeichnis .....                           | 908 |
| 5. Literaturverzeichnis .....                        | 912 |
| 6. Literaturhinweise zu den einzelnen Kapiteln ..... | 928 |
| 7. Sach- und Namensregister .....                    | 929 |