Inhaltsverzeichnis

Aufgabe	Funktion	Inhalt der Aufgabe
86/1	$f_a(x)=\frac{ax(2x+a)}{(x-\lvert x\rvert+a)^2}$; $x \in D_a$; $a \neq 0$	a) $f_{-4}(x)$ ohne Betragszeichen; max. Def. Menge D_{-4}; Stetigkeit und Differenzierbarkeit von f_{-4}; As; Kurvenuntersuchung; H, T; K_{-4} b) Für welche a hat f_a einen Pol? $a=?$, wenn $\lim\limits_{x\to-\infty} f_a(x)=-1$. Für welche a ist f_a in $x=0$ zweimal differenzierbar? c) Flächeninhalt A(z) zwischen K_{-4} und der waagrechten As bis $x=z$; Berechnung von z aus $A(z)=4\cdot\ln 2$ d) Wie viele Tangenten gibt es von $T(t\mid 0)$ $(t>2)$ an K_{-4}?; $x_B=?$
86/2	K_t: $f_t(x)=\left(x^2-\frac{2x}{t}\right)e^{tx}$; $t>0$; $x \in \mathbb{R}$ P_t: $y=t\left(x^2-\frac{2x}{t}\right)$	a) Kurvenuntersuchung; As; H, T; K_1; $Q_t(x_T\mid y_H)$; Ort aller Q_t b) Normale zu K_1 in O schneidet K_1 in S. x_S mit Newton-Verfahren c) Flächeninhalt Produktintegration zweimal anwenden d) K_t und P_t schneiden sich genau in 2 Punkten: $t=?$
86/3	K: $f(x)=x\cdot\sin x$; $x \in [-\pi;\pi]$ C_a: $g_a(x)=a\cdot\sin x$; $x \in [0;\pi]$; $a \in \mathbb{R}$	a) Kurvenuntersuchung; Symmetrie; x_H mit Newton-Verfahren auf 1 Dezimale b) Normale in $P(u\mid v)$ schneidet y-Achse in $Q(0\mid y_u)$: $\lim\limits_{u\to\infty} y_u=?$ c) Schnitt von K mit C_a. Abgeschnittene zwei Inhalte gleich: $a=?$ d) Gerade durch O berührt K: $B=?$; Sekante durch O wird von K halbiert. Bestimme die Schnittpunkte S_1 und S_2.

Aufgabe	Funktion	Inhalt der Aufgabe
87/1	$f_a(x)=\frac{x}{x^2+a^2}$; $x \in \mathbb{R}$; $a>0$ $g_a(x)=\ln(f_a(x))$; $x>0$ Schaubild von f_a sei K_a Schaubild von g_a sei C_a	a) Symmetrie; As; Schnittpunkte N_a mit x-Achse; H_a, T_a, W_a; Schaubild $K_{\frac{1}{2}}$ b) Extrem- und Wendepunkte sind Ecken eines Parallelogramms; $a=?$, damit Rechteck c) Fläche mit der x-Achse; Inhaltsfunktion A in Abhängigkeit von den Grenzen; Monotonienachweis von A; Grenzwert von A d) $g_a(x)$ für $x \to 0$, $x \to \infty$. Monotoniebereiche von g_a; Hochpunkte von C_a; Untersuchung auf Nullstellen in Abhängigkeit vom Parameter a
87/2	$f_t(x)=1-\frac{2e^x}{e^x+t}$; $x \in \mathbb{R}$; $t>0$; Schaubild K_t	a) Asymptoten; N_t, H_t, T_t; Symmetrie von K_t bez. N_t; Schaubild K_1 b) Inhalt von K_t mit x-Achse zwischen Nullstelle und $x=\ln(2t)$ ist unabhängig von t: Nachweis c) Für $t>0$ liegen alle Schnittpunkte der Schaubilder von f_t und f'_t auf einer Geraden: Nachweis d) f_t hat eine Umkehrfunktion $\bar{f}_t$; Funktionsgleichung von $\bar{f}_t$? Anschauliche Begründung: K_t und $\bar{K}_t$ haben genau einen Schnittpunkt auf der Geraden $y=x$
87/3	$f_a(x)=x \cdot \ln\frac{x^2}{a}$; $x \neq 0$, $a>0$; Schaubild K_a $g_a(x)=\begin{cases} f_a(x) & \text{für } x \neq 0 \\ \lim\limits_{x\to 0} f_a & \text{für } x=0 \end{cases}$	a) Symmetrie; N_a, H_a, T_a; W_a von K_a b) $\lim\limits_{x\to 0} f_a(x)=?$ Ist g_a in $x=0$ differenzierbar? Schaubild von g_1 c) Flächeninhalt des Schaubildes von g_a mit der x-Achse; Grenzwertbetrachtung mit der unteren Grenze d) $P(u\|v)$ auf K_a bildet im 4. Feld mit Punkten auf den Achsen ein Dreieck. Für welches u ist der Inhalt maximal? Nachweis: Alle maximalen Dreiecke sind zueinander ähnlich.

Aufgabe	Funktion	Inhalt der Aufgabe
88/1	$f_a(x)=\frac{x}{a}+a+\frac{a}{x-a}$; $x \neq a$; $a \neq 0$; Schaubild K_a	a) Untersuchung von K_a; As, H, T, W; Symmetrie zu $S(a\|a+1)$; Schaubild K_2 b) Orthogonaler Schnitt zweier Geraden durch die Extrempunkte von K_a c) Tangente von $P(0\|2)$ an K_2; Inhalt zwischen Tangente und K_2 d) Für welche m gibt es parallele Tangenten an K_a? Punktprobe mit Formvariablen, die Bedingungen unterliegen.
88/2	$f(t)=a\cdot e^{kt}$; $t \in \mathbb{R}$; $k \neq 0$; Schaubild K $f^*(x)=\frac{1}{a\cdot k^2}\cdot e^{-kx}$; $a>0$; $b \neq 0$; $x \in \mathbb{R}$; Schaubild K^*	a) f beschreibt Kernzerfallsgeschwindigkeit; Aufstellen der Funktionsgleichung, Halbwertszeit. Lineare Näherungsfunktion h b) Stammfunktion F von f gibt die Anzahl der zerfallenen Kerne an; Wertebereich; Überprüfen einer Differentialgleichung c) Aufsuchen einer linearen Näherungsfunktion g durch Gleichheit von Flächeninhalten. d) Orthogonale Tangenten an zwei Kurven K und K^*; Nachweis: K^* entsteht aus K durch Achsenspiegelung an einer Geraden $x=x_s$.
88/3	$f_t(x)=\ln\left(t\cdot\frac{1+x}{1-x}\right)$; $x \in D_t$; $t>0$; Schaubild K_t $G(x)=\frac{1}{b-a}\ln\frac{x+a}{x+b}$; $a \neq b$, $x+a>0$; $x+b>0$; $g(x)=\frac{1}{(x+a)\cdot(x+b)}$	a) Maximaler Definitionsbereich D_t von f_t; Untersuchung von K_t; As, W; Schaubild K_1 b) Wie entsteht K_t aus K_1? f_t ist streng monoton; Wertemenge von f_t'; Berührung einer Geraden mit K_t; Ort der Wendepunkte c) Umkehrfunktion $\overline{f}_t$? Erzeugung von $\overline{K}_t$ aus K_t; Wertemenge der Ableitung $\overline{f}_t'$? d) Zeige: G ist Stammfunktion von g; Flächeninhalt zwischen $\overline{K}_1$ und $\overline{K}_2$? Uneigentliches Integral, Grenzwert $z \to \infty$

Aufgabe	Funktion	Inhalt der Aufgabe
89/1	$f_a(x)=2\cdot\frac{x^2-2a}{x^2-a}$; $x^2 \neq a$ Schaubild K_a $g(x)=2\cdot\frac{x-3}{x-2}$; $x \neq 2$	a) Kurvenuntersuchung K_a; Symmetrie; As, H, T, W; Schaubild K_4 b) Tangente, Normale; Kegelinhalte vergleichen c) Extremaler Inhalt eines Dreiecks, dessen Ecken auf K_a liegen d) Abschätzung $f_4(x)>g(x)$ für $x \geqq 3$; Abschätzung eines Integrals nach unten und nach oben
89/2	$f_t(x)=\left(\frac{x}{t}+1\right)\cdot e^{t-x}$; $x \in \mathbb{R}$; $t>0$; Schaubild K_t	a) Untersuchung von K_t; As, H, T, W; Zeichnung K_1 und K_1' von f_1' b) Zeige: K_t und K_t' haben genau einen Schnittpunkt. Für welches t ist $f_t(1)-f_t'(1)$ minimal? c) Flächeninhalt mit Produktintegration; $u \to \infty$. d) Nachweis: Ein Dreieck ist gleichschenklig, wann gleichschenklig-rechtwinklig? Existenznachweis von Lösungen einer transzendenten Gleichung
89/3	$f_a(x)=ax-\ln x$; $x>0$; $a>0$; Schaubild K_a	a) Untersuchung von K_a; As, H, T, W; Schaubild K_1; Ort der Extrempunkte; wann T auf x-Achse? b) Inhalt für $K_{\frac{1}{e}}$; Grenzwert $u \to 0$ c) Tangente von $A(0\|1)$ an K_a; Ort der Berührpunkte. Zeige: Tangenten in $P(z\|f_a(z))$ gehen für alle $a>0$ durch einen Punkt. d) Nullstellensatz: Anzahl der Schnittpunkte von K_a mit der x-Achse e) Durch welche Punkte mit $x>0$ verläuft keine Kurve K_a?

Aufgabe	Funktion	Inhalt der Aufgabe
90/1	$f_t(x)=\frac{t^3x^3-8}{4tx^2}$, $x \neq 0$; Schaubild K_t $g(x)=\ln(x-1)$, $x>1$; Schaubild G	a) Kurvenuntersuchung und Asymptoten, Schaubild K_1 b) K_1 soll ein Trapez halbieren c) Extremwertaufgabe für den Abstand zweier Punkte d) Existenznachweis, daß G und h: $y=\frac{1}{4}x$ genau zwei Schnittpunkte haben. Angabe des Intervalls, in dem der zweite Schnittpunkt liegt.
90/2	$f(x)=\frac{x}{3}\sqrt{9-x}$; $x \in D$; Schaubild K	a) Maximale Definitionsmenge; gemeinsame Punkte mit der x-Achse; Schaubild K; Inhalt eines Drehkörpers b) Nachweis: Eine Tangente und zwei Geraden bilden ein gleichschenkliges Dreieck. In welchem Verhältnis teilt K dieses Dreieck? c) Schnittpunkt einer Kurvennormalen mit der x-Achse. Grenzlage dieses Punktes für $x \to 9$. d) Zeige: Durch Abschleifen einer Kugel entsteht der Drehkörper aus a).
90/3	$f_t(x)=x \cdot \ln x - tx$, $x>0$, $t \in \mathbb{R}$; Schaubild K_t	a) Kurvenuntersuchung; Grenzwerte von f_t und f_t' für $x \to 0$; Schaubild K_1 b) Flächeninhalt mit Produktintegration c) Extremwertaufgabe mit einem Dreieck aus Tangente und den Koordinatenachsen. Art des Extremums d) Normale von K_1 schneidet die y-Achse in einem Punkt $S(0 \mid y_s)$. Zeige: $y_s>1$ für alle Punkte des Schaubildes mit $x>1$.

Aufgabe	Funktion	Inhalt der Aufgabe
91/1	$f_t(x)=\frac{1}{t}x+\frac{t}{x-t}$; $x \neq t,\ t>0$; Schaubild K_t $v=\frac{u}{t}+\frac{t}{u}$; Schaubild C_t	a) Kurvenuntersuchung von K_t; Achsenschnittpunkte; H, T, W; As; Schaubild K_2 b) $K_1 \cap K_2$; Berührung von K_1 und K_2; gesucht $P_t(u \mid 0)$, so daß $\overline{P_tH}=\overline{P_tT}$ ist. c) Bedingung für k, so daß $y=0{,}5x$ die Fläche von K_2 über $[k;4]$ halbiert. Lösen der Gleichung mit vorgegebener Lösung einer analogen Gleichung. d) Verschieben des xy-Systems in ein uv-System; Gerade g_t durch O soll C_t orthogonal schneiden; bestimme Steigung von g_t; Angeben von Symmetrieachsen der Kurve C_t.
91/2	$f(x)=\frac{4x}{\sqrt{1+x^2}}$; $x \in \mathbb{R}$; Schaubild K $y=\frac{x}{\sqrt{16-x^2}}$; $x \in]-4;4[$; Schaubild C	a) Symmetrie; As; W; Schaubild K b) Umkehrfunktion $\bar{f}$ von f; Schaubild $\bar{K}$; Flächeninhalt zwischen K und $\bar{K}$ c) C rotiert um die x-Achse: $V=?$ Für die Bestimmung der Stammfunktion ist die Partialbruchzerlegung vorgegeben, so daß nur noch durch Vergleich die Koeffizienten zu berechnen sind. d) Im Integral $\int\limits_{x=a}^{b} \frac{h'(x)}{\sqrt{h(x)}}dx=4$ ist $h(a)=9$ gegeben, gesucht ist h(b). Warum muß $h'(x)>0$ vorgegeben sein?
91/3	$f_t(x)=\ln(2-te^{-x})$; $x \in D_t$; $t \neq 0$	a) $D_2=?$ von K_2; As; Schnittpunkte mit der x-Achse; H, T, W; Zeichnung b) $D_{t\,max}$ von f_t; gemeinsame Punkte von K_t mit den Koordinatenachsen; As von K_t c) Umkehrfunktion $\bar{f}_t$; D_t und W_t von $\bar{f}_t$ d) Abschätzung von $\int\limits_{u}^{\frac{1}{e}} f_2(x)\,dx$ mit Hilfe von $2-2e^{-x} \geqq x$ für $0 \leqq x \leqq \frac{1}{e}$; die zu betrachtende Fläche liegt im 4. Quadranten, Vorzeichen beachten! Grenzwert für $u \to 0$.