

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	III
Vorwort zur 2. Auflage	VI
Inhaltsverzeichnis	VII
1. Transformation räumlicher Objekte, Projektionen	1
1.1 Einleitung	1
1.2 Koordinatentransformationen	2
1.2.1 Koordinatentransformationen in der Ebene	2
1.2.2 Koordinatentransformationen im \mathbb{R}^3	5
1.3 Projektionen	10
1.3.1 Parallelprojektion	11
1.3.2 Vorgabe der Verzerrungen	12
1.3.3 Vorgabe der Projektionsrichtung	16
1.3.4 Zentralprojektion	18
1.4 Stereobilder, Anaglyphen	20
1.5 Visibilitätsverfahren	25
1.6 Schattierungen, Reflexionen	33
2. Grundlagen aus Geometrie und Numerik	38
2.1 Parameterdarstellungen von Kurven und Flächen	38
2.1.1 Parameterdarstellung von Kurven	38
2.1.2 Parameterdarstellung von Flächen	40
2.1.3 Flächenkrümmungen und Flächenkurven	43
2.1.4 Spezielle Flächen	47
2.2 Interpolation von Kurven und Flächen	51
2.2.1 Interpolation von Kurven mit Monomen	52
2.2.2 Interpolation von Kurven mit Lagrange-Polynomen	53
2.2.3 Interpolation von Kurven mit Newton-Polynomen	54
2.2.4 Andere Lösungen des Interpolationsproblems für Kurven	56
2.2.4.1 Hermite-Interpolation	56
2.2.4.2 Rationale Interpolation	58
2.2.5 Interpolation von Flächen	59
2.2.6 Fehlerabschätzung für die Approximation von Kurven über Interpolation	61
2.2.7 Beurteilung der verschiedenen Interpolationsmethoden	62
2.3 Approximation von Kurven und Flächen	63
2.3.1 Diskrete Fehlerquadratmethode von Gauss für Kurven (Ausgleichsverfahren)	66
2.3.2 Diskrete Fehlerquadratmethode von Gauss für Funktionen des \mathbb{R}^3	68

2.3.3	Diskrete Fehlerquadratmethode von Gauss für parametrisierte Flächen	70
3.	Allgemeine Splinekurven	72
3.1	Idee der Splinefunktion	72
3.2	Kegelschnitte als Subsplines	76
3.3	Kubische Splinekurven	81
3.4	Splinekurven 5. Grades	89
3.5	Hermite-Splines	94
3.6	Splines in Tension	96
3.6.1	Exponentialsplines	96
3.6.2	Polynomiale Splines in Tension	101
3.7	Nichtlineare Splines	105
3.8	Formerhaltende Splines	111
4.	Bézier- und B-Spline-Kurven	115
4.1	Bézier-Kurven	115
4.1.1	Geometrische Eigenschaften der Bézier-Kurven	128
4.1.2	Bézier-Splinekurven	134
4.1.3	Kubische Bézier-Splines	139
4.1.4	Rationale Bézier-Kurven	142
4.2	Anwendung der Bernstein-Bézier Technik auf finite Elemente	157
4.3	B-Spline-Kurven	162
4.3.1	B-Spline-Funktionen	162
4.3.2	Integrale B-Spline-Kurven	169
4.3.2.1	Offene B-Spline-Kurven	170
4.3.2.2	Geschlossene B-Spline-Kurven	174
4.3.3	De Boor-Algorithmus	178
4.3.4	Einfügen weiterer De Boor-Punkte	184
4.3.5	Eigenschaften der B-Spline-Kurven	189
4.3.6	Rationale B-Spline-Kurven	190
4.4	Interpolation und Approximation mit Splinekurven	194
4.4.1	Parametrisierung von Kurven	194
4.4.2	Interpolation mit B-Spline-Kurven	196
4.4.3	Approximation mit B-Spline-Kurven	199
4.5	Schlußbemerkungen	205
5.	Geometrische Splinekurven	206
5.1	FC^r -stetige Splinekurven	207
5.2	GC^r -stetige Splinekurven	210
5.3	Geometrische Splinekurven mit Minimierungseigenschaft	213
5.4	Tangentenstetige Splinekurven	214
5.5	Krümmungsstetige Splinekurven	215
5.5.1	Bézier-Darstellung krümmungsstetiger Splinekurven	215
5.5.2	B-Spline-Bézier-Darstellung krümmungsstetiger Splinekurven	218

5.5.3	Manning's Splinekurven	221
5.5.4	ν -Splines	222
5.5.5	β -Splines	223
5.5.6	Wilson-Fowler Splines	225
5.6	Torsionsstetige Splinekurven	226
5.6.1	Bézier-Darstellung torsionsstetiger Splinekurven	226
5.6.2	B-Spline-Bézier-Darstellung torsionsstetiger Splinekurven	229
5.6.3	GC^3 -stetige Splinekurven	231
5.6.4	τ -Splines	232
5.7	Rationale Geometrische Splinekurven	234
5.7.1	Rationale FC^r -stetige Splinekurven	235
5.7.2	Rationale GC^r -stetige Splinekurven	238
6.	Splineflächen	241
6.1	Einleitung	241
6.2	Tensorprodukt-Flächen	241
6.2.1	Bikubische Monomsplines	244
6.2.2	Tensorprodukt-Bézier-Flächen	248
6.2.2.1	Übergangsbedingungen	255
6.2.3	Bézier-Spline-Flächen	259
6.2.4	Tensorprodukt-B-Spline-Fläche	263
6.2.5	Interpolation und Approximation mit integralen B-Spline-Flächen	265
6.2.5.1	Parametrisierung von Flächenpunkten	265
6.2.5.2	Interpolation, Approximation mit B-Spline-Flächen	271
6.3	Dreiecks-Bézier-Flächen	276
6.3.1	Baryzentrische Koordinaten	278
6.3.2	Verallgemeinerte Bernstein-Polynome und Dreiecks-Bézier-Flächen	280
6.3.3	Anschlußbedingungen für Dreiecks-Bézier-Flächen	287
6.3.4	Splines über Dreiecken	294
6.4	Allgemeine Parametergebiete	297
6.5	Rationale Tensorprodukt-Flächen	302
6.5.1	Approximation mit rationalen B-Spline-Flächen	313
6.6	Rationale Dreiecksflächen	314
7.	Geometrische Splineflächen	315
7.1	GC^r -stetige Flächen	316
7.2	GC^1 -stetige Bézier-Flächen	321
7.3	GC^2 -stetige Bézier-Flächen	331
7.4	Rationale Geometrische Splineflächen	332
7.5	Multi patch Flächen	335
7.5.1	N-Eck Konfiguration	337
7.5.2	N-segmentige Eckenkonfiguration	339
7.5.3	Gregory Patch	345

7.6	Multi patch Schemata - Übersicht und Vergleich	347
7.6.1	Ein-patch Interpolationsschemata	348
7.6.2	Blending patch Interpolationsschemata	348
7.6.3	Unterteilungs-Interpolationsschemata	349
7.7	B-Spline-Darstellungen	351
8.	Gordon-Coons-Flächen	353
8.1	Gordon-Coons-Flächen über Vierecken	354
8.1.1	C^0 -stetige Pflaster	354
8.1.2	C^1 -stetige Pflaster	358
8.1.3	Bikubische Pflaster	364
8.1.4	Gordon-Flächen	365
8.2	Gordon-Coons-Flächen über Dreiecken	366
9.	Scattered Data Interpolation	368
9.1	Shepard-Methoden	369
9.2	Radiale Basisfunktionsmethoden	374
9.2.1	Hardy's Multiquadrik	375
9.2.2	Duchon's Thin Plate Splines	377
9.2.3	Franke's Thin Plate Splines in Tension	378
9.3	FEM-Methoden	378
9.3.1	Triangulierung von Punktmengen	379
9.3.1.1	Triangulierungsmethoden	379
9.3.1.2	Optimale Triangulierungen	380
9.3.2	Dreiecks-Interpolanten	386
9.3.2.1	9-Parameter-Interpolant	386
9.3.2.2	C^r -stetiger Hermite-Interpolant	387
9.3.2.3	Clough-Tocher-Interpolant	389
9.3.2.4	Powell-Sabin-Interpolant	390
9.3.2.5	Rationale Interpolanten	391
9.3.2.6	Transfinite Interpolanten	392
9.3.3	Konstruktion von Ableitungsdaten	392
9.3.3.1	Gewichtete Mittelwertbildung	392
9.3.3.2	Lokale Interpolation bzw. Approximation	393
9.3.3.3	Nielson's Minimum Norm Network	393
9.3.3.4	Alfeld's Funktional-Minimierung	394
9.3.3.5	Konstruktion von Krümmungsdaten	394
9.4	Multistage Methoden	395
9.5	Ein Beispiel	396
9.6	Affine Invarianz	398
9.7	Scattered Data Methoden über \mathbb{R}^3 -Flächen	401
9.7.1	Der trivariate Lösungsansatz	401
9.7.2	Hybrid-Methoden	402
9.7.3	Der bivariate Lösungsansatz	403
9.7.3.1	Shepard-Methoden	404

9.7.3.2	Multiquadrik-Methoden	405
9.7.3.3	FEM-Methoden	408
9.7.4	Visualisierungstechniken	411
10.	Basistransformationen für Kurven- und Flächendarstellungen	412
10.1	Exakte Basistransformation	412
10.1.1	Exakte Basistransformationen von Monomen und Bernstein-Polynomen	413
10.1.2	Exakte Basistransformation von Monomen und B-Spline-Segmenten	415
10.1.3	Exakte Basistransformation von B-Spline- und Bézier-Segmenten	416
10.2	Approximative Basistransformation	423
10.2.1	Approximative Basistransformation für Kurven	423
10.2.2	Approximative Basistransformation für Flächen	425
10.3	Verschmelzen von Bézier-Flächen	429
10.4	Basistransformation für Dreieckspatches	432
11.	Multivariate Darstellungen	434
11.1	Bézier-Darstellungen	435
11.1.1	Tensorprodukt-Bézier-Volumina	435
11.1.2	Tetraeder-Bézier-Volumina	439
11.1.3	Pentaeder-Bézier-Volumina	444
11.1.4	Anschlußkonstruktionen	447
11.2	B-Spline-Darstellungen	452
11.3	Transfinite Methoden	453
11.3.1	Transfinite Würfelsegmente	453
11.3.2	Transfinite Tetraedersegmente	454
11.4	Scattered data Methoden	454
11.4.1	Shepard-Methoden	454
11.4.2	Radiale Basisfunktionsmethoden	454
11.4.3	FEM-Methode	455
11.4.3.1	d-dimensionale Triangulierungen	455
11.4.3.2	Interpolanten	456
11.4.3.3	Konstruktion von Ableitungsdaten	458
11.4.4	Multistage Methoden	458
11.5	Kurven- und Flächen-Modellierung - FFDs	458
11.6	Definition und Design algebraischer Kurven und Flächen	465
11.7	Visualisierung multivariater Darstellungen	470
11.7.1	\mathbb{R}^3 -Solids	470
11.7.2	\mathbb{R}^4 -Hyperflächen	471
12.	Schneiden von Kurven und Flächen	474
12.1	Algebraische Methoden	477
12.2	Unterteilungsmethoden	482
12.3	Einbettungsmethoden	499

12.4 Diskretisierungsmethoden	500
12.4.1 Die Gittermethode - Contouring	500
12.4.2 Parameterwertdiskretisierung	506
12.5 Verfolgungsmethoden	507
12.6 Schlußbemerkung	513
13. Glätten von Kurven und Flächen	515
13.1 Vorglätten von Daten	516
13.2 Erzeugung glatter Kurven und Flächen über Nebenbedingungen	519
13.3 Gütetest - Erkennen unerwünschter Kurven- und Flächenbereiche	521
13.4 Glätten - Beseitigung unerwünschter Kurven- und Flächenbereiche	528
13.4.1 Beseitigung unerwünschter Kurvenbereiche	528
13.4.2 Beseitigung unerwünschter Flächenbereiche	533
13.5 Aufdecken fehlerhafter Übergänge bei Splineflächen	535
14. Blending-Methoden	537
14.1 Blends in impliziter Darstellung	538
14.1.1 Globale Blends	538
14.1.2 Volume-bounded Blends	539
14.1.3 Range-controlled Blends	544
14.1.4 Rolling-ball Blends	549
14.2 Blends in Parameterdarstellung	555
14.2.1 Bestimmung von Trimmlinien	555
14.2.2 Definition der Blendfläche	557
14.2.3 Rolling-ball Blends	558
14.3 Rekursiv definierte Blends	560
14.4 Numerisch definierte Blends	561
15. Parallelkurven und Parallelfächen	563
15.1 Analytische Eigenschaften von ebenen Parallelkurven	564
15.2 Räumliche Parallelkurven	569
15.3 Parallelfächen	571
15.4 Approximation von Parallelkurven und Parallelfächen	573
16. Mathematische Modellierung von Fräsbahnen	577
16.1 Mathematische Beschreibung der Fräseroberflächen	580
16.2 Fräsbahnen	584
16.3 Erzeugung der Sollfläche	587
16.4 Kollisionskontrolle	592
Literaturverzeichnis	594
Bücher	594
Abhandlungen	598
Stichwortverzeichnis	649