

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Was ist Modellierung?	1
1.2	Aspekte der Modellierung am Beispiel der Populationsdynamik	3
1.3	Populationsmodell mit beschränkten Ressourcen	9
1.4	Dimensionsanalyse und Skalierung	12
1.5	Asymptotische Entwicklung	16
1.6	Anwendungen aus der Strömungsmechanik	26
1.7	Literaturhinweise	31
1.8	Aufgaben	31
2	Lineare Gleichungssysteme	37
2.1	Elektrische Netzwerke	37
2.2	Stabwerke	48
2.3	Optimierung mit Nebenbedingungen	61
2.4	Literaturhinweise	68
2.5	Aufgaben	69
3	Grundzüge der Thermodynamik	77
3.1	Das Modell eines idealen Gases, die Maxwell-Boltzmann- Verteilung	78
3.2	Thermodynamische Systeme, das thermodynamische Gleichgewicht	82
3.3	Der erste Hauptsatz der Thermodynamik	83

3.4	Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik, die Entropie	87
3.5	Thermodynamische Potentiale	98
3.6	Die Legendre–Transformation	100
3.7	Der Kalkül der Differentialformen	101
3.8	Thermodynamik bei Mischungen, das chemische Potential	104
3.9	Chemische Reaktionen in Mehrspeziessystemen	111
3.10	Gleichgewichtspunkte chemischer Reaktionen	116
3.11	Kinetische Reaktionen	121
3.12	Literaturhinweise	124
3.13	Aufgaben	124
4	Gewöhnliche Differentialgleichungen	133
4.1	Eindimensionale Schwingungen	133
4.2	Lagrangesche und Hamiltonsche Formulierung der Mechanik . .	142
4.3	Beispiele aus der Populationsdynamik	154
4.4	Qualitative Analysis, Phasenportraits	156
4.5	Prinzip der linearisierten Stabilität	161
4.6	Stabilität linearer Systeme	163
4.7	Variationsprobleme für Funktionen einer Variablen	168
4.8	Optimale Steuerung gewöhnlicher Differentialgleichungen	183
4.9	Literaturhinweise	190
4.10	Aufgaben	190
5	Kontinuumsmechanik	199
5.1	Einleitung	199
5.2	Teilchenmechanik	202
5.3	Von der Teilchenmechanik zum kontinuierlichen Medium	206
5.4	Kinematik	209
5.5	Erhaltungssätze	215
5.6	Konstitutive Gesetze	225
5.7	Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik in der Kontinuumsmechanik	237
5.8	Beobachterunabhängigkeit	246
5.9	Konstitutive Theorie für viskose Flüssigkeiten	252

5.10	Modellierung elastischer Feststoffe	256
5.11	Elektromagnetismus	273
5.12	Dispersion	292
5.13	Literaturhinweise	293
5.14	Aufgaben	293
6	Partielle Differentialgleichungen	309
6.1	Elliptische Gleichungen	309
6.1.1	Variationsrechnung	310
6.1.2	Die Fundamentallösung	320
6.1.3	Mittelwertsatz und Maximumprinzip	323
6.1.4	Ebene Potentialströmungen, die Methode der komplexen Variablen	325
6.1.5	Die Stokes-Gleichungen	330
6.1.6	Homogenisierung	333
6.1.7	Optimale Steuerung elliptischer Differentialgleichungen ..	337
6.1.8	Parameteridentifizierung und inverse Probleme	341
6.1.9	Lineare Elastizitätstheorie	345
6.2	Parabolische Gleichungen	348
6.2.1	Eindeutigkeit von Lösungen, die Energiemethode	350
6.2.2	Verhalten für große Zeiten	352
6.2.3	Separation der Variablen und Eigenfunktionen	356
6.2.4	Das Maximumprinzip	358
6.2.5	Die Fundamentallösung	360
6.2.6	Diffusionszeiten	363
6.2.7	Invariante Transformationen	364
6.2.8	Allgemeine Anfangswerte	365
6.2.9	Brownsche Bewegung	366
6.2.10	Laufende Wellen - „Travelling Waves“	369
6.2.11	Reaktions-Diffusions-Gleichung und Laufende Wellen ..	371
6.2.12	Turing-Instabilität und Musterbildung	377
6.2.13	Cahn-Hilliard-Gleichung und Musterbildung	385
6.3	Hyperbolische Erhaltungsgleichungen	389
6.4	Die Wellengleichung	397

XIV Inhaltsverzeichnis

6.5	Die Navier–Stokes–Gleichungen	404
6.6	Grenzschichten	409
6.7	Literaturhinweise	424
6.8	Aufgaben	424
7	Probleme mit freiem Rand	431
7.1	Hindernisprobleme und Kontaktprobleme	432
7.2	Freie Ränder in porösen Medien	439
7.3	Das Stefan–Problem	450
7.4	Entropieungleichung für das Stefan–Problem	457
7.5	Unterkühlte Flüssigkeiten	459
7.6	Gibbs–Thomson–Effekt	460
7.7	Mullins–Sekerka–Instabilität	462
7.8	A priori Abschätzungen für das Stefan–Problem	465
7.9	Die Phasenfeldgleichungen	468
7.10	Freie Oberflächen in der Strömungsmechanik	476
7.11	Dünne Filme und Lubrikationsapproximation	480
7.12	Literaturhinweise	483
7.13	Aufgaben	483
A	Funktionenräume	493
B	Krümmung von Hyperflächen	497
	Literaturverzeichnis	503
	Sachverzeichnis	509