

Inhaltsverzeichnis.

I. Die Prinzipien der Mechanik.

| | |
|--|----|
| § 1. Das Prinzip der virtuellen Arbeiten als allgemeines Grundgesetz der Statik | 2 |
| 1. Einleitende Bemerkungen und der Begriff der virtuellen Verrückung | 2 |
| 2. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für ein Körpersystem | 3 |
| 3. Beispiele und Anwendungen | 6 |
| a) Die doppelschiefe Ebene | 6 |
| b) Klappbrücke | 7 |
| c) Zugbrücke | 7 |
| d) Das Torricellische Prinzip | 8 |
| 4. Die Arten des Gleichgewichtes (stabiles und labiles Gleichgewicht) | 9 |
| § 2. Anwendungen des Prinzips der virtuellen Arbeiten auf die Elastizitätstheorie (Energimethoden der Elastizitätslehre) | 12 |
| 1. Das elastische Fachwerk | 12 |
| 2. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für linear elastische Systeme | 14 |
| 3. Elastische Systeme aus Hookeschem Material | 17 |
| 4. Das Prinzip der virtuellen Kräfte | 19 |
| 5. Die Formänderungsarbeit für spezielle Belastungen eines geraden Stabes | 21 |
| a) Reiner Zug bzw. Druck | 21 |
| b) Reine Biegebeanspruchung | 22 |
| c) Durch Querkräfte hervorgerufener Schubspannungszustand | 23 |
| d) Durch Torsion hervorgerufener Schubspannungszustand | 24 |
| 6. Die Sätze von CASTIGLIANO | 26 |
| a) Ihre Herleitung | 26 |
| b) Beispiele | 27 |
| α) Kragbalken mit Momentenbelastung | 27 |
| β) Gelenkig gelagerter Balken mit Einzellast | 28 |
| c) Eine Bemerkung | 28 |
| d) Anwendung des ersten Castiglianoschen Satzes zur Bestimmung von Reaktions- und Schnittlasten bei statisch unbestimmten Systemen | 29 |
| 7. Das Ritzsche Verfahren | 30 |
| Übungen zu § 1 und § 2 | 37 |
| § 3. Das Prinzip von D'ALEMBERT | 53 |
| 1. Einleitende Bemerkungen. Das Problem des Schwingungsmittelpunktes und seine Lösung durch HUYGENS | 53 |
| 2. JAKOB BERNOULLIS Problem | 54 |
| 3. Das Prinzip von D'ALEMBERT | 55 |
| 4. Beispiele | 58 |
| a) Drehung eines starren Körpers um eine feste Achse | 58 |
| b) Förderkorb | 58 |
| c) Abrollen auf der schiefen Ebene | 58 |
| d) Bewegung auf der Doppelschiefebene | 59 |

| | |
|--|-----|
| § 4. Das Hamiltonsche Prinzip | 59 |
| 1. Einleitende Bemerkungen | 59 |
| 2. Die Lagrangesche Zentralgleichung | 59 |
| 3. Das Hamiltonsche Prinzip | 60 |
| 4. Die Prinzipien von MAUPERTUIS, GAUSS und HERTZ | 61 |
| § 5. Schwingungen von Saiten (Seilen), Membranen und Stäben | 62 |
| 1. Die Bewegungsgleichung einer Saite | 62 |
| 2. Allgemeine Bewegungsgleichungen eines dehnbaren Fadens | 69 |
| 3. Die Bewegung einer Membran | 71 |
| a) Die rechteckige Membran | 73 |
| b) Die kreisförmige Membran | 74 |
| 4. Stabschwingungen | 76 |
| a) Longitudinalschwingungen | 76 |
| b) Torsionsschwingungen | 78 |
| c) Transversalschwingungen von Stäben | 78 |
| d) Erzwungene Transversalschwingungen von Stäben | 82 |
| 5. Näherungsweise Ermittlung der ersten Eigenkreisfrequenz von Saiten, Membranen und Stäben nach RAYLEIGH | 83 |
| a) Schwingende Saite | 84 |
| b) Durch Einzelmasse belastete Saite | 84 |
| c) Transversal schwingender Stab mit Einzelmasse | 85 |
| d) Kreisförmige Membran | 86 |
| § 6. Lagrangesche Bewegungsgleichungen | 86 |
| 1. Vorbereitende Bemerkungen | 86 |
| 2. Die Bewegungsgleichungen | 87 |
| 3. Ein Beispiel: Das Doppelpendel | 89 |
| § 7. Die räumliche (Dreh-)Bewegung eines starren Körpers | 90 |
| 1. Bewegung eines starren Körpers um einen raumfesten Punkt. Die Eulerschen Gleichungen | 91 |
| 2. Die kinetische Energie. Das Trägheitsellipsoid | 93 |
| 3. Die kräftefreie Bewegung. Der Kreisel | 94 |
| a) Der Körper dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine Hauptträgheitsachse | 95 |
| b) Der Kreisel | 96 |
| 4. Das Moment der Kreiselwirkung. Deviationswiderstand | 97 |
| 5. Der schwere Kreisel. Die Eulerschen Winkel | 99 |
| § 8. Variationsrechnung mit Anwendungen auf die Mechanik | 101 |
| 1. Einleitende und historische Bemerkungen | 101 |
| 2. Die Eulersche Differentialgleichung | 103 |
| 3. Beispiele | 106 |
| a) Die Brachistochrone | 106 |
| b) Rotationskörper kleinster Oberfläche | 107 |
| c) Die Form eines homogenen schweren Seiles | 107 |
| d) Das Prinzip von FERMAT | 108 |
| e) Variationsproblem und Laplacesche Potentialgleichung | 108 |
| 4. Variationsproblem und Differentialgleichung | 108 |
| 5. Eigenwertbestimmung nach dem Ritzschen Verfahren. Der Rayleigh- sche Quotient | 110 |
| a) Die Differentialgleichung zweiter Ordnung | 110 |
| b) Die Differentialgleichung vierter Ordnung | 115 |
| Übungen zu § 3 bis § 8 | 117 |

II. Ausgewählte Probleme der höheren Elastizitätstheorie.

| | |
|--|-----|
| § 9. Der allgemeine Spannungs- und Deformationszustand der linearen Elastizitätstheorie | 142 |
| 1. Spannungen und Gleichgewichtsbedingungen | 142 |
| 2. Die Deformationsgleichungen | 145 |
| 3. Die Differentialgleichungen für die Verschiebungen und Spannungen | 146 |
| § 10. Der ebene Spannungszustand | 148 |
| 1. Einleitende Bemerkungen | 148 |
| 2. Der Mohrsche Spannungskreis | 149 |
| 3. Die Verträglichkeitsbedingung und die Differentialgleichungen für die Spannungen | 152 |
| 4. Die Airysche Spannungsfunktion | 153 |
| 5. Beispiele von Airyschen Spannungsfunktionen | 154 |
| 6. Ebener Spannungszustand in Polarkoordinaten | 157 |
| a) Bohrung in einer Vollscheibe mit Radialdruck | 159 |
| b) Reine Biegung eines kreisbogenförmigen Balkens | 159 |
| § 11. Der rotationssymmetrische Spannungszustand | 161 |
| 1. Gleichgewichtsbedingungen und Deformationsgleichungen | 161 |
| 2. Spezialfälle an Kreiszyllindern und Kreisrohren | 162 |
| a) Mittlerer Bereich eines sehr langen Rohres bzw. Zylinders | 162 |
| α) Der ebene Deformationszustand | 164 |
| β) Der Fall freier Zylinderenden | 164 |
| γ) Der Fall belasteter Zylinderenden | 165 |
| b) Der ebene Spannungszustand | 165 |
| c) Beispiele | 166 |
| α) Kreiszyllindrisches Rohr mit innerer und äußerer Belastung . | 166 |
| β) Rotierender Vollkreiszyllinder | 167 |
| 3. Die Differentialgleichungen für die Verschiebungen im allgemeinen rotationssymmetrischen Fall ohne Massenkräfte | 167 |
| 4. Der durch eine Einzelkraft belastete elastische Halbraum | 169 |
| 5. Die Theorie der Härte von HEINRICH HERTZ | 171 |
| 6. Die Theorie des Stoßes elastischer Körper nach HERTZ | 176 |
| § 12. Theorie der dünnen Platten mit kleiner Durchbiegung. (Kirchhoffsche Plattentheorie) | 179 |
| 1. Erklärungen | 179 |
| 2. Spannungen, Schnittlasten, Gleichgewichtsbedingungen | 179 |
| 3. Die Deformationen. Die Plattengleichung | 181 |
| 4. Die Randbedingungen und Auflagerlasten | 183 |
| a) Eingespannter Rand | 183 |
| b) Frei gestützter Rand | 184 |
| c) Kräftefreier Rand | 185 |
| 5. Einfache Anwendungen der Plattengleichung | 186 |
| a) Der Plattenstreifen | 186 |
| b) Am Rande eingespannte elliptische Platte unter konstanter Last | 186 |
| 6. Die freigelagerte rechteckige Platte | 187 |
| a) Platte mit gleichmäßiger Vollast | 188 |
| b) Belastung durch eine Einzelkraft | 188 |
| 7. Die Kreisplatte | 189 |
| 8. Spezielle Belastungs- und Lagerungsfälle von Kreisplatten | 192 |
| a) Die eingespannte Platte unter gleichmäßiger Last | 192 |
| b) Freigestützte Platte unter gleichmäßiger Last | 192 |
| c) Platte mit Einzellast im Mittelpunkt | 193 |

| | |
|--|-----|
| 9. Plattenschwingungen | 193 |
| a) Die freigestützte Rechteckplatte | 193 |
| b) Die eingespannte Kreisplatte | 194 |
| c) Bestimmung der ersten Eigenkreisfrequenz nach der Energiemethode | 195 |
| § 13. Einblick in die Schalentheorie | 197 |
| 1. Erklärungen | 197 |
| 2. Membrantheorie rotationssymmetrischer Schalen mit ebensolchen Lasten | 198 |
| 3. Beispiele für Membranspannungszustände | 200 |
| a) Die Kugelschale | 200 |
| α) Belastung durch Eigengewicht | 200 |
| β) Konstanter Innendruck | 200 |
| γ) Hydrostatischer Druck | 201 |
| b) Kegelschale | 201 |
| 4. Biegebeanspruchung rotationssymmetrischer Schalen | 201 |
| Übungen zu § 9 bis § 13 | 204 |
| § 14. Torsion von Stäben | 272 |
| 1. Einleitende Bemerkungen | 272 |
| 2. Die Theorie von DE SAINT-VENANT | 273 |
| 3. Beispiele | 278 |
| a) Der elliptische Stab | 278 |
| b) Der schmale rechteckige Stab | 280 |
| c) Der rechteckige Stab | 282 |
| 4. Das Membrangleichnis (Seifenhautmethode) und das hydrodynamische Gleichnis | 289 |
| 5. Torsion bei behinderter Querschnittsverwölbung | 292 |
| a) Wölbkrafttorsion eines I-Trägers | 293 |
| b) Der rechteckige Stab | 296 |
| Übungen zu § 14 | 302 |
| § 15. Instabilitätsprobleme | 312 |
| 1. Einleitende Bemerkungen | 312 |
| 2. Die Durchbiegung (Elastika) des geknickten Stabes | 313 |
| a) Lösung durch Iteration | 313 |
| b) Lösung mit Hilfe der Störungsrechnung | 315 |
| 3. Knickung im elastischen Bereich (Eulersche Theorie) und im nichtelastischen Bereich | 317 |
| 4. Das Kippen eines auf Biegung beanspruchten Trägers mit schmalen Rechteckquerschnitt | 319 |
| 5. Knickung kreisförmiger Ringe und Rohre unter Außendruck | 322 |
| a) Die Differentialgleichung der Biegelinie | 322 |
| b) Knickung unter gleichmäßigem Außendruck | 323 |
| α) Knicken eines Ringes von kreisförmigem Querschnitt | 325 |
| β) Beulen einer Kreiszylinderschale unter Außendruck | 325 |
| 6. Beulung von Platten | 325 |
| 7. Die Theorie der Beulung von Schalen | 330 |
| 8. Biegedrillknickung von axial gedrückten Stäben | 332 |
| Übungen zu § 15 | 339 |
| III. Einblick in die Plastizitätstheorie. | |
| § 16. Allgemeine Betrachtungen | 363 |
| 1. Einführende Bemerkungen über Ziele und Entwicklung der Plastizitätstheorie | 363 |
| 2. Physikalische Voraussetzungen | 366 |
| 3. Der Spannungs- und Deformationszustand | 367 |
| a) Der Spannungszustand | 367 |
| b) Der Deformationszustand | 369 |

| | |
|---|-----|
| 4. Fließbedingungen und Verfestigungsgesetze. Bruchhypothesen . . . | 371 |
| 5. Die Spannungs-Deformations-Beziehungen | 374 |
| a) Elastisches Material | 374 |
| b) Die Gesetze von NEWTON, KELVIN und MAXWELL | 374 |
| c) Das Gesetz von HENCKY | 375 |
| d) Das differentielle Spannungs-Deformations-Gesetz nach DE ST.- VÉNANT, LÉVY-v. MISES und PRANDTL-REUSS | 376 |
| e) Finites oder differentielles Gesetz ? | 377 |
| 6. Die Deformationsenergie | 378 |
| 7. Die Lösungen von Problemen der Plastizitätstheorie | 379 |
| § 17. Anwendungen | 380 |
| 1. Theorie der plastischen Balkenbiegung | 380 |
| 2. Beispiele und Ergänzungen zur Balkentheorie | 383 |
| a) Durchführung der Lösung für idealplastisches Material und recht- eckigen Querschnitt | 383 |
| b) Beispiele | 384 |
| α) Gleichmäßig belasteter frei aufliegender Balken | 384 |
| β) Durch Einzellast belasteter Kragträger | 385 |
| c) Die Berechnung der Durchbiegung | 386 |
| d) Die Schubspannungen | 387 |
| 3. Plastische Torsion | 387 |
| 4. Das achsensymmetrische Problem | 394 |
| 5. Knickung von Stäben nach Überschreiten der Proportionalitätsgrenze | 401 |
| a) Die Knicktheorie nach ENGESSER-v. KÁRMÁN | 402 |
| b) Die Knicktheorie nach SHANLEY | 404 |
| 6. Das Problem des ebenen plastischen Fließens und die Theorie der Gleitlinien | 405 |
| 7. Der Walzvorgang als Beispiel für ein technologisches Formgebungs- verfahren | 410 |
| Übungen zu § 16 und § 17 | 412 |

IV. Theorie der Flüssigkeiten und Gase.

| | |
|---|-----|
| § 18. Ideale Flüssigkeiten | 429 |
| 1. Die Eulerschen Grundgleichungen | 430 |
| 2. Die Kontinuitäts- und Zustandsgleichung | 431 |
| 3. Erhaltung der Masse. Impuls- und Energiesatz | 433 |
| § 19. Dynamik inkompressibler idealer Flüssigkeiten | 434 |
| 1. Die allgemeinen Gleichungen und grundsätzliche Bemerkungen | 434 |
| 2. Die Helmholtz'schen Wirbelsätze | 437 |
| 3. Potentialströmungen | 438 |
| 4. Ebene stationäre Potentialströmung | 441 |
| 5. Beispiele ebener Potentialströmungen | 444 |
| a) Parallelströmung | 444 |
| b) Quelllinienströmung | 444 |
| c) Wirbellinienströmung | 445 |
| d) Quell- und Senkenströmung. Doppelquelle (Dipol) | 445 |
| 6. Strömung um einen Kreis | 447 |
| a) Ausweichströmung | 447 |
| b) Parallelströmung mit Zirkulation | 448 |
| 7. Methode der konformen Abbildung | 449 |
| 8. Beispiele zur Methode der konformen Abbildung | 451 |
| a) Abbildung des Kreises in ein Kreisziweieck | 451 |
| b) Die Strömung um eine Platte | 452 |
| 9. Die Bedingung von KUTTA, JOUKOWSKI-Profile | 453 |
| 10. Ebene Oberflächenwellen | 454 |

| | |
|--|-----|
| § 20. Bewegung zäher Flüssigkeiten | 456 |
| 1. Die Bewegungsgleichungen von NAVIER-STOKES | 456 |
| 2. Die Stokessche Widerstandsformel für die Kugel | 460 |
| 3. Flüssigkeiten geringer Zähigkeit. Die Grenzschicht von PRANDTL | 462 |
| a) Grundsätzliche Bemerkungen | 462 |
| b) Strömung um eine dünne Platte | 463 |
| c) Ablösung der laminaren Grenzschicht und Wirbelbildung | 465 |
| d) Bemerkungen zur Tragflügeltheorie | 467 |
| § 21. Einblick in die Dynamik idealer Gase | 469 |
| 1. Die Grundgleichungen der Gasdynamik | 469 |
| 2. Die thermodynamischen Grundgesetze | 470 |
| 3. Ausbreitung kleiner Störungen. Die Schallgeschwindigkeit | 472 |
| 4. Die Machsche Zahl | 474 |
| 5. Verdichtungsstoß oder Stoßwelle | 475 |
| 6. Stationäre und wirbelfreie Strömung | 477 |
| 7. Stationäre Stromfadentheorie | 479 |
| § 22. Potentialtheoretische Behandlung gasdynamischer Probleme | 483 |
| 1. Die Differentialgleichung des Geschwindigkeitspotentials einer wirbel- freien und stationären Strömung | 483 |
| 2. Ebene und parallele Anströmung eines schlanken Profils | 485 |
| 3. Strömung um schlanke Rotationskörper | 488 |
| 4. Rotationskörper kleinsten Widerstandes | 491 |
| § 23. Gasströmungen mit Unstetigkeitsflächen (Verdichtungs- stöße) | 496 |
| 1. Die allgemeinen Stoßgleichungen | 496 |
| 2. Der eindimensionale stationäre Verdichtungsstoß | 501 |
| 3. Der eindimensionale instationäre Verdichtungsstoß | 501 |
| 4. Weitere Bemerkungen zur Theorie des Verdichtungsstoßes | 502 |
| Übungen zu § 18 bis § 23 | 504 |
| Anhang. Vermischte Übungsaufgaben | 529 |
| Namen- und Sachverzeichnis | 536 |