

Inhaltsverzeichnis

1	Homogene Koordinaten der Ebene	1
1.1	Punkte	2
1.2	Geraden	4
1.3	Inzidenz	5
1.4	Geometrische Operationen	6
1.5	Verschiedene Sichtweisen	9
1.6	Nicht-Orientierbarkeit der reellen projektiven Ebene	11
1.7	Exkurs: Raumformen	12
2	Transformationen	19
2.1	Euklidische Transformationen	19
2.2	Affine Transformationen	20
2.3	Projektive Transformationen	21
2.4	Exkurs: Projektive Entzerrung	24
3	Dualität	29
3.1	Projektive Dualität	29
3.2	Exkurs: Symmetrien der Pappos Konfiguration	32
4	Projektive Geometrie auf Geraden	35
4.1	Geometrie auf einer Geraden	35
4.2	Die reelle projektive Gerade	39
4.3	Doppolverhältnisse	41
4.4	Harmonische Punkte	47
4.5	Projektive Skalen	51
4.6	Exkurs: Projektive Skalen in freier Wildbahn	53
5	Kegelschnitte	57
5.1	Quadratische Formen	57
5.2	Kegelschnitte und projektive Transformationen	62
5.3	Formen von Kegelschnitten	62

5.4	Tangenten und Polarität	64
5.5	Exkurs: Wo stand der Fotograf?	68
6	Komplexe Zahlen und Geometrie	71
6.1	Komplexe Zahlen	71
6.2	Geometrie komplexer Zahlen	74
6.3	Die komplexe projektive Gerade	78
6.4	Transformationen in $\mathbb{C}P^1$	79
6.5	Die Punkte I und J	81
6.6	Kreise und I und J	82
6.7	Exkurs: Die Ästhetik von Möbius-Transformationen	86
7	Euklidische Geometrie	91
7.1	Zwei Welten	91
7.2	Ähnlichkeitstransformationen	92
7.3	Winkel	95
7.4	Längen	98
7.5	Einige geometrische Sätze	100
7.6	Einige geometrische Konstruktionen	103
7.7	Exkurs: Pseudo-Euklidische Geometrie	107
8	Der projektive Raum	113
8.1	Fernpunkte und \mathbb{R}^3	113
8.2	Punkte und Ebenen in $\mathbb{R}P^3$	115
8.3	Geraden in $\mathbb{R}P^3$	118
8.4	Join und Meet im $\mathbb{R}P^3$	120
8.5	Einige Beispiele	126
8.6	Join und Meet im $\mathbb{R}P^d$	128
8.7	Exkurs: Roboter	129
9	Determinanten	133
9.1	Von Determinanten zu Punkten	134
9.2	Punktkonfigurationen	135
9.3	Projektiv invariante Eigenschaften	138
9.4	Grassmann-Plücker-Relationen	141
9.5	Exkurs: Computergestütztes Beweisen	145
10	Kreisgeometrie	151
10.1	Was wir erreichen wollen	152
10.2	Schnittwinkel	154
10.3	Orientiertes Berühren	158
10.4	Kreise, Punkte und Geraden	160
10.5	Verhältnis zu anderen Geometrien	162
10.6	Rechnen mit Lie-Koordinaten	165
10.7	Exkurs: Apollonius und Zahlentheorie	168

11 Einige Matrizen­gruppen 175

 11.1 Lie-Transformationen 175

 11.2 Von Möbius über Lorentz zu Lie..... 177

 11.3 Stereographische Projektion 184

 11.4 Exkurs: Der “andere” Schnittwinkel..... 187

12 Drehungen und Quaternionen 193

 12.1 Unitäre Matrizen 194

 12.2 $SU(2)$ Matrizen und Rotationen..... 195

 12.3 Eigenwerte und Eigenvektoren 197

 12.4 Quaternionen 199

 12.5 Quaternionen bei der Arbeit 200

 12.6 Der Drehwinkel 202

 12.7 Die Topologie von Rotationen 203

 12.8 Exkurs: Oktaven und haarige Bälle 204

Leseempfehlungen 213

Bildnachweis..... 219

Index 221