

Helfried Moosbrugger

# **Lineare Modelle**

## **Regressions- und Varianzanalysen**

4., vollständig überarbeitete und ergänzte Auflage

Mit einem Anhang über Matrixalgebra, 23 Abbildungen, 26 Tabellen, Anwendungsbeispielen, Prüfverteilungen und Literaturverzeichnis, Personen- und Sachregister

Unter Mitarbeit von Julia Engel, Sonja Etzler, Kevin Fischer und Michael Weigand

Verlag Hans Huber, Bern

# Inhaltsverzeichnis

INHALTSVERZEICHNIS .....	I
VORWORT ZUR VIERTEN AUFLAGE.....	VI
ANMERKUNGEN ZUR SCHREIBWEISE .....	X
<b>1 EINLEITUNG .....</b>	<b>1</b>
1.1 BESCHREIBUNG UND ERKLÄRUNG VON ZUSAMMENHÄNGEN .....	1
1.2 ALLGEMEIN- UND DIFFERENTIELLPSYCHOLOGISCHE SICHTWEISE.....	2
1.3 GRUNDANNAHMEN DES ALLGEMEINEN LINEAREN MODELLS (ALM).....	4
1.4 FRAGESTELLUNGEN IM ÜBERBLICK .....	7
1.5 KLASIFIKATION VON ALM-BASIERTEN ANALYSEVERFAHREN .....	9
<b>2 DAS ALLGEMEINE LINEARE MODELL (ALM).....</b>	<b>12</b>
2.1 GRUNDLAGEN .....	12
2.2 GEOMETRISCHE VERANSCHAULICHUNG IM VARIABLENRAUM.....	13
2.2.1 <i>Raumvorstellung</i> .....	13
2.2.2 <i>Punkteschwärme und Korrelationen</i> .....	14
2.2.3 <i>Zielvorgabe: Lineares Modell</i> .....	16
2.2.4 <i>Lineares Modell mit einer Prädiktorvariablen</i> .....	17
2.2.5 <i>Lineares Modell mit zwei Prädiktorvariablen</i> .....	22
2.2.6 <i>Lineares Modell mit drei oder mehr Prädiktorvariablen</i> .....	25
2.3 MODELLGLEICHUNG.....	26
2.4 KRITERIUM DER KLEINSTEN QUADRATEN.....	29
2.5 PARAMETERSCHÄTZUNG .....	31
2.6 PRÄDIZIERTE WERTE UND PARAMETERINTERPRETATION .....	35
2.7 GEOMETRISCHE VERANSCHAULICHUNG IM PERSONENRAUM.....	37
2.7.1 <i>Raumvorstellung</i> .....	37
2.7.2 <i>Veranschaulichung von Korrelationen</i> .....	37
2.7.3 <i>Veranschaulichung von Einflussparametern</i> .....	39
<b>3 KONTINUIERLICHE UNABHÄNGIGE VARIABLEN: REGRESSIONSANALYSE</b>	<b>42</b>
3.1 GRUNDSÄTZLICHES .....	42
3.2 REGRESSIONSANALYTISCHES ANWENDUNGSBEISPIEL (I).....	42
3.2.1 <i>Schätzung der Einflussparameter</i> .....	44
3.2.2 <i>Interpretation und Punktschätzung</i> .....	47
3.3 QUALITÄTSBEURTEILUNG DER MODELLGÜTE .....	48

3.3.1	<i>Grundsätzliches</i> .....	48
3.3.2	<i>Kriteriumsvarianz, erklärte Varianz und Fehlervarianz</i> .....	48
3.3.3	<i>Konkrete Varianz- und Quadratsummenzerlegung</i> .....	54
3.3.4	<i>Determinations- und Korrelationskoeffizient als Maße der Modellgüte</i> .....	55
	<i>Einfacher Fall</i> .....	57
3.4	STANDARDSCHÄTZFEHLER UND PROGNOSEINTERVALL.....	60
3.5	OPTIMIERUNG DES MODELLS.....	66
3.5.1	<i>Modellverkleinerung und Dekrete</i> .....	68
3.5.2	<i>Modellerweiterung und Inkremente</i> .....	69
3.5.3	<i>Orthogonaler Fall, Kollinearer Fall und Suppressoreffekt</i> .....	72
3.6	REGRESSIONSANALYTISCHES ANWENDUNGSBEISPIEL (II).....	76
3.6.1	<i>Quadratsummenzerlegung und multipler Determinationskoeffizient</i> .....	76
3.6.2	<i>Punktschätzung und Prognoseintervall</i> .....	78
3.6.3	<i>Beurteilung einzelner Prädiktorvariablen im multiplen Kontext</i> .....	82
3.7	RESIDUALANALYSE ZUR MODELLEVALUATION .....	91
3.8	KURVILINEARE REGRESSION .....	93
3.9	MODERIERTE REGRESSION .....	96
<b>4</b>	<b>HYPOTHESENPRÜFUNG IM ALM .....</b>	<b>100</b>
4.1	GRUNDSÄTZLICHES.....	100
4.2	HYPOTHESENFORMULIERUNG.....	101
4.2.1	<i>Allgemeine Lineare Hypothese (ALH)</i> .....	102
4.2.2	<i>Konkrete Beispiele</i> .....	103
4.2.3	<i>Uneingeschränktes und eingeschränktes Modell</i> .....	107
4.2.4	<i>Hypothesenquadratsumme</i> .....	108
4.3	ÜBERPRÜFUNG DER HYPOTHESEN .....	110
4.3.1	<i>F-Verteilung und inferenzstatistische Entscheidung</i> .....	111
4.3.2	<i>Signifikanzbeurteilung der ALH</i> .....	114
4.3.3	<i>Inferenzstatistische Voraussetzungen</i> .....	118
4.4	REGRESSIONSANALYTISCHES ANWENDUNGSBEISPIEL (III) .....	121
4.4.1	<i>Globale Nullhypothese</i> .....	121
4.4.2	<i>Signifikanzbeurteilung der Prädiktorvariablen <math>x_1</math></i> .....	123
4.4.3	<i>Signifikanzbeurteilung der Prädiktorvariablen <math>x_2</math></i> .....	124
<b>5</b>	<b>KATEGORIALE UNABHÄNGIGE VARIABLEN: VARIANZANALYSE .....</b>	<b>126</b>
5.1	GRUNDSÄTZLICHES.....	126
5.2	EXPERIMENTELLES DESIGN .....	126
5.3	ZELLENMITTELWERTEKODIERUNG.....	128
5.4	ERSTELLEN DER DESIGNMATRIZX .....	130

5.5	ÜBERBLICK .....	130
<b>6</b>	<b>EINFAKTORIELLE VARIANZANALYSE.....</b>	<b>132</b>
6.1	VERSUCHSPLAN UND NUMERISCHES BEISPIEL.....	133
6.2	DESIGNMATRIX UND MODELLGLEICHUNG .....	134
6.3	PARAMETERSCHÄTZUNG .....	135
6.4	PRÄDIZIERTE WERTE.....	138
6.5	QUADRATSUMMENZERLEGUNG UND MULTIPLE BESTIMMTHEIT.....	139
6.6	EXKURS ZUR „KLASSISCHEN“ VARIANZANALYSE .....	142
6.7	HYPOTHESENFORMULIERUNG .....	148
6.7.1	<i>Globale Nullhypothese.....</i>	148
6.7.2	<i>Hypothesenformulierung mit orthogonalen Kontrasten .....</i>	150
6.8	HYPOTHESENQUADRATSUMME .....	153
6.9	INFERENZSTATISTISCHE ÜBERPRÜFUNG DER EFFEKTE.....	154
6.9.1	<i>Globaler Effekt.....</i>	154
6.9.2	<i>Effekte der einzelnen Faktorstufen.....</i>	155
6.10	TAFEL DER VARIANZANALYSE .....	157
6.11	SPEZIALFALL MIT ZWEI STUFEN (T-TEST).....	159
<b>7</b>	<b>ZWEIFAKTORIELLE VARIANZANALYSE.....</b>	<b>162</b>
7.1	GRUNDSÄTZLICHES .....	162
7.2	VOLLSTÄNDIG GEKREUZTER VERSUCHSPLAN UND NUMERISCHES BEISPIEL .....	162
7.3	DESIGNMATRIX .....	164
7.4	PARAMETERSCHÄTZUNG .....	166
7.5	PRÄDIZIERTE WERTE.....	168
7.6	EFFEKTE IM ZWEIFAKTORIELLEN DESIGN.....	170
7.7	QUADRATSUMMENZERLEGUNG UND MULTIPLE BESTIMMTHEIT.....	172
7.8	INFERENZSTATISTISCHE ÜBERPRÜFUNG DER EFFEKTE.....	174
7.8.1	<i>Globaler Effekt.....</i>	174
7.8.2	<i>Haupteffekt des Faktors A.....</i>	176
7.8.3	<i>Haupteffekt des Faktors B.....</i>	181
7.8.4	<i>Wechselwirkungseffekt A x B .....</i>	185
7.9	TAFEL DER VARIANZANALYSE .....	192
7.10	ÜBERPRÜFUNG VON EINZELKONTRASTEN.....	193
7.11	ERKENNUNGSMERKMALE VON HAUPTEFFEKten UND WECHSELWIRKUNGEN.....	197
7.12	TYPEN VON WECHSELWIRKUNGEN.....	200
<b>8</b>	<b>MEHRFAKTORIELLE VERSUCHSPLÄNE .....</b>	<b>201</b>
8.1	GRUNDSÄTZLICHES .....	201
8.2	HAUPTEFFEKTE .....	202

8.3	WECHSELWIRKUNGEN ERSTER ORDNUNG .....	205
8.4	WECHSELWIRKUNG HÖHERER ORDNUNG .....	206
<b>9</b>	<b>UNVOLLSTÄNDIGE VERSUCHSPLÄNE .....</b>	<b>209</b>
9.1	GRUNDSÄTZLICHES.....	209
9.2	LATEINISCHES QUADRAT.....	210
9.3	HIERARCHISCHES DESIGN.....	212
<b>10</b>	<b>VARIANZANALYSE MIT MESSWIEDERHOLUNG.....</b>	<b>217</b>
10.1	WITHIN-DESIGN.....	217
10.2	ZELLENMITTELWERTEKODIERUNG UND PARAMETERSCHÄTZUNG .....	219
10.3	QUADRATSUMMENZERLEGUNG .....	220
10.4	INFERENCESTATISTISCHE ÜBERPRÜFUNG DER EFFEKTEN .....	221
10.4.1	<i>Haupteffekt des experimentellen Faktors .....</i>	221
10.4.2	<i>Haupteffekt des Personenfaktors .....</i>	223
10.4.3	<i>Wechselwirkungseffekt.....</i>	224
10.5	SIGNIFIKANZBEURTEILUNG.....	225
10.5.1	<i>Problematik der Fehlervarianzschätzung.....</i>	225
10.5.2	<i>Residualvarianz als Ersatz für Fehlervarianz .....</i>	226
10.5.3	<i>Hypothesenprüfung.....</i>	227
10.6	MULTIVARIATE ANALYSE VON MESSWIEDERHOLUNGSDESIGNS .....	230
<b>11</b>	<b>GRUNDBEGRIFFE DER MATRIXALGEBRA.....</b>	<b>231</b>
11.1	ALLGEMEINES.....	231
11.2	DEFINITIONEN.....	231
11.3	ADDITION UND SUBTRAKTION .....	235
11.4	TRANSPOSITION .....	236
11.5	MATRIZENMULTIPLIKATION .....	237
11.5.1	<i>Multiplikation einer Matrix mit einer konstanten Zahl.....</i>	237
11.5.2	<i>Produkt zweier Vektoren .....</i>	237
11.5.3	<i>Produkt zweier Matrizen .....</i>	239
11.5.4	<i>Produkt einer Matrix mit ihrer Transponierten.....</i>	242
11.6	MATRIZENDIVISION .....	244
11.6.1	<i>Grundüberlegung .....</i>	244
11.6.2	<i>Inverse Matrix .....</i>	244
11.6.3	<i>Determinanten.....</i>	246
11.6.4	<i>Kofaktorenmatrix.....</i>	252
11.6.5	<i>Berechnung der inversen Matrix .....</i>	253
11.6.6	<i>Durchführung der Division .....</i>	255
11.7	VERKNÜPFUNGSREGELN BEIM RECHNEN MIT MATRIZEN .....	256

11.7.1	<i>Addieren - Addieren</i> .....	256
11.7.2	<i>Multiplizieren - Multiplizieren</i> .....	257
11.7.3	<i>Skalarmultiplikation-Matrixinversion</i> .....	258
11.7.4	<i>Transponieren-Addieren bzw. -Multiplizieren</i> .....	258
11.7.5	<i>Addieren-Multiplizieren</i> .....	258
<b>12</b>	<b>RECHENTECHNISCHE HINWEISE</b> .....	<b>260</b>
<b>13</b>	<b>PRÜFVERTEILUNGEN</b> .....	<b>263</b>
13.1	<b>F-VERTEILUNGEN</b> .....	263
13.1.1	<i>F-Verteilung (<math>df_h</math> von 1 bis 10) für <math>\alpha = 0.05</math></i> .....	264
13.1.2	<i>F-Verteilung (<math>df_h</math> von 11 bis 20) für <math>\alpha = 0.05</math></i> .....	265
13.1.3	<i>F-Verteilung (<math>df_h</math> von 1 bis 10) für <math>\alpha = 0.01</math></i> .....	266
13.1.4	<i>F-Verteilung (<math>df_h</math> von 11 bis 20) für <math>\alpha = 0.01</math></i> .....	267
13.2	<b>t-VERTEILUNGEN</b> .....	268
<b>14</b>	<b>LITERATURVERZEICHNIS</b> .....	<b>269</b>
<b>15</b>	<b>PERSONENVERZEICHNIS</b> .....	<b>275</b>
<b>16</b>	<b>SACHREGISTER</b> .....	<b>277</b>