

# Fortschritt-Berichte VDI

**Reihe 21**

Elektrotechnik

Dipl.-Ing. Wolfgang Rieger,  
Stuttgart

**Nr. 284**

**Numerische Behandlung  
nichtlinearer inverser  
elektromagnetischer  
Streuprobleme mit  
iterativen Optimierungsmethoden**

# Inhaltsverzeichnis

<b>Formelzeichen und Abkürzungen</b>	<b>X</b>
<b>1 Einleitung und Zusammenfassung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Stand der Technik . . . . .	2
1.3 Ziel und Inhalt der Arbeit . . . . .	4
<b>2 Direkte elektromagnetische Streuprobleme</b>	<b>7</b>
2.1 Die Maxwellschen Gleichungen . . . . .	8
2.2 Das komplexe Poynting-Theorem . . . . .	10
2.3 Das Randwertproblem . . . . .	12
2.4 Eindimensionale Streuprobleme . . . . .	13
2.4.1 Der eindimensionale TM-Fall . . . . .	13
2.4.2 Der eindimensionale TE-Fall . . . . .	15
2.5 Zweidimensionale Streuprobleme . . . . .	17
2.5.1 Der zweidimensionale TM-Fall . . . . .	18
2.5.2 Der zweidimensionale TE-Fall . . . . .	20
2.6 Dreidimensionale Streuprobleme . . . . .	22

<b>3</b>	<b>Numerische Behandlung direkter elektromagnetischer Streuprobleme</b>	<b>2</b>
3.1	Die Projektionsmethode . . . . .	2
3.1.1	Die Kollokationsmethode . . . . .	2
3.1.2	Das Galerkin-Verfahren . . . . .	2
3.2	Diskretisierung mit finiten Elementen . . . . .	2
3.2.1	Isoparametrische Knotenelemente . . . . .	2
3.2.2	Konstante Elemente . . . . .	2
3.2.3	Kantenelement mit stetiger Tangentialkomponente . . . . .	3
3.3	Diskretisierung der Feldintegralgleichungen . . . . .	3
3.3.1	Exakt bestimmte Kollokation . . . . .	3
3.3.2	Anwendung des Galerkin-Verfahrens . . . . .	3
3.4	Numerische Integration . . . . .	3
3.5	Numerische Beispiele . . . . .	3
3.5.1	TM Streuung am dielektrischen Zylinder . . . . .	3
3.5.2	TE Streuung am dielektrischen, verlustbehafteten Zylinder . . . . .	3
3.5.3	Streuung an einer Kugel . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Grundlagen inverser Probleme</b>	<b>4</b>
4.1	Der Begriff des inversen Problems . . . . .	4
4.2	Schlecht gestellte Probleme . . . . .	4
4.3	Fredholmsche Integralgleichungen 1. Art . . . . .	4
4.4	Verallgemeinerte Inverse . . . . .	4
4.5	Singulärwertzerlegung . . . . .	4
4.6	Regularisierungsverfahren . . . . .	5
4.6.1	Tikhonov-Regularisierung . . . . .	5
4.6.2	Regularisierung mit totaler Variation . . . . .	5

<b>5</b>	<b>Inverse elektromagnetische Streuprobleme</b>	<b>55</b>
5.1	Formulierung des inversen elektromagnetischen Streuproblems als nicht-lineares Optimierungsproblem	55
5.2	Eindeutigkeit des inversen Streuproblems	60
<b>6</b>	<b>Grundlagen iterativer Optimierungsmethoden</b>	<b>63</b>
6.1	Definition einer Abstiegsrichtung	63
6.2	Methoden des steilsten Abstiegs	65
6.3	Methoden mit konjugierten Richtungen	66
6.4	Methode variabler Metrik	70
6.5	Konjugiertes Gradientenverfahren	72
<b>7</b>	<b>Numerische Behandlung des nichtlinearen inversen Streuproblems mit Hilfe iterativer Optimierungsmethoden</b>	<b>74</b>
7.1	Objektfunktion in Abhängigkeit von reellen Parametern	74
7.1.1	Lösungsvektor bei isotropen Medien	78
7.1.2	Lösungsvektor bei anisotropen Medien	79
7.1.3	Lösungsvektor bei biaxialen Medien	80
7.2	Die Gradienten für das inverse Streuproblem	80
7.2.1	Gradient des Residuenanteils	81
7.2.2	Gradient der Tikhonov-Regularisierung	82
7.2.3	Gradient der totalen Variation	83
7.2.4	Bestimmung der Abstiegschrittweite	86
7.3	Beispiele rekonstruierter Objekte	88
7.3.1	Rekonstruktionen aus 1D-TM Streudaten	90
7.3.1.1	Stetiges, inhomogenes Profil	90
7.3.1.2	Profil mit einem Sprung	92
7.3.2	Vergleich der aus 1D-TE und 1D-TM Streudaten gewonnenen Rekonstruktionen	94
7.3.3	Rekonstruktionen aus 2D-TM Streudaten	96
7.3.3.1	Rekonstruktionen mit der totalen Variation	97

7.3.3.2	Rekonstruktionen mit der Tikhonov-Regularisierung . . . . .	97
7.3.3.3	Konvergenzuntersuchung . . . . .	99
7.3.4	Rekonstruktionen aus 2D-TE Streudaten . . . . .	100
7.3.4.1	Inhomogene Materialverteilung . . . . .	100
7.3.4.2	Stückweise homogene Materialverteilung . . . . .	101
7.3.4.3	Rekonstruktion aus verrauschten Streudaten . . . . .	102
7.3.5	Rekonstruktion eines biaxialen Objektes aus 2D-TE Streudaten . . . . .	103
<b>8</b>	<b>Rekonstruktionsalgorithmus mit integrierter a priori Information</b>	<b>107</b>
8.1	Dielektrische, verlustbehaftete Medien . . . . .	108
8.2	Dielektrische, verlustlose Medien . . . . .	111
8.3	Leitfähige Medien . . . . .	112
8.4	Beispiele rekonstruierter Objekte . . . . .	113
8.4.1	Biaxiales, dielektrisches, verlustbehaftetes Objekt . . . . .	113
8.4.2	Anisotropes, dielektrisches, verlustbehaftetes Medium . . . . .	115
8.4.3	Dreidimensionales Objekt . . . . .	119
8.4.4	Rekonstruktionen aus den Ipswich Meßdaten . . . . .	121
8.4.4.1	Variabler Kalibrierungsfaktor . . . . .	124
8.4.4.2	Rekonstruktion des Objektes IPS007 . . . . .	125
8.4.4.3	Rekonstruktion des Objektes IPS009 . . . . .	126
<b>9</b>	<b>Schlußfolgerungen und Ausblick</b>	<b>129</b>

**Anhänge**

<b>A Herleitung der Integralgleichungen</b>	<b>132</b>
A.1 Der eindimensionale TM-Fall . . . . .	132
A.2 Der eindimensionale TE-Fall . . . . .	135
A.3 Der zweidimensionale TM-Fall . . . . .	138
A.4 Der dreidimensionale Fall . . . . .	141
A.5 Der zweidimensionale TE-Fall . . . . .	144
<b>B Numerische Integration</b>	<b>145</b>
<b>C Herleitung der Gradienten</b>	<b>151</b>
C.1 Verfahren ohne eingeschränkten Wertebereich . . . . .	151
C.1.1 Gradient des Residuenanteils . . . . .	151
C.1.2 Gradient der Tikhonov-Regularisierung . . . . .	155
C.1.3 Gradient der totalen Variation . . . . .	155
C.2 Verfahren mit eingeschränktem Wertebereich . . . . .	157
C.2.1 Gradient des Residuenanteils . . . . .	157
C.2.2 Gradient der Tikhonov-Regularisierung . . . . .	160
C.2.3 Gradient der totalen Variation . . . . .	161
C.3 Verfahren mit variablem Kalibrierungsfaktor . . . . .	163
C.3.1 Gradient des Residuenanteils . . . . .	163
C.3.2 Gradient der Tikhonov-Regularisierung . . . . .	166
C.3.3 Gradient der totalen Variation . . . . .	166
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>168</b>