

20719-5859

# **Elektrodynamik**

## **Einführung für Physiker und Ingenieure**

Von Akad. Oberrat Dipl.-Phys. Roland Kröger  
und Prof. Dr.-Ing. Rolf Unbehauen  
Universität Erlangen-Nürnberg

3., überarbeitete Auflage  
Mit 265 Abbildungen und 47 Aufgaben  
mit Lösungen



**B. G. Teubner Stuttgart 1993**

# INHALT

Vorworte .....	III, IV
<b>1 VEKTORANALYTISCHE HILFSMITTEL .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Skalare und vektorielle Felder .....</b>	<b>1</b>
1.1.1 Veranschaulichung durch Niveauflächen und Feldlinien .....	2
1.1.2 Beispiele .....	3
<b>1.2 Gradient eines skalaren Feldes .....</b>	<b>5</b>
1.2.1 Definition des Gradienten und eine Folgerung .....	5
1.2.2 Darstellung des Gradienten in kartesischen Koordinaten .....	6
1.2.3 Beispiele .....	7
<b>1.3 Quellen eines Vektorfeldes .....</b>	<b>8</b>
1.3.1 Fluß .....	8
1.3.2 Beispiel .....	9
1.3.3 Ergiebigkeit .....	11
1.3.4 Divergenz .....	12
1.3.5 Darstellung der Divergenz in kartesischen Koordinaten .....	13
1.3.6 Beispiele .....	14
<b>1.4 Satz von Gauß .....</b>	<b>17</b>
1.4.1 Eine Anwendung .....	19
1.4.2 Anmerkung .....	20
<b>1.5 Sätze von Green .....</b>	<b>21</b>
1.5.1 Satz von Gauß für den Gradienten .....	22
<b>1.6 Wirbel eines Vektorfeldes .....</b>	<b>22</b>
1.6.1 Zirkulation .....	23
1.6.2 Rotation .....	25
1.6.3 Darstellung der Rotation in kartesischen Koordinaten .....	26
1.6.4 Beispiele .....	28
<b>1.7 Satz von Stokes .....</b>	<b>31</b>
<b>1.8 Verschiedenes .....</b>	<b>33</b>
1.8.1 Formeln .....	33
1.8.2 Gradientenfelder sind wirbelfrei .....	34
1.8.3 Rotorfelder sind quellenfrei .....	35
1.8.4 Satz von Gauß für die Rotation .....	36
<b>1.9 Skalares Potential .....</b>	<b>37</b>
1.9.1 Notwendige Bedingungen .....	37
1.9.2 Hinreichende Bedingungen .....	37
1.9.3 Beispiele .....	39
<b>1.10 Divergenz und Rotation als wesentliche Bestimmungsstücke eines Vektorfeldes .....</b>	<b>41</b>
1.10.1 Poissonsche Differentialgleichung .....	42
<b>1.11 Zylinder- und Kugelkoordinaten .....</b>	<b>42</b>
1.11.1 Kurven-, Flächen- und Volumenelement .....	44

1.11.2	Vektoranalytische Operationen.....	46
1.11.3	Beispiele.....	49
1.11.4	Nützliche Formeln.....	49
<b>2</b>	<b>LADUNG, STROM UND ELEKTROMAGNETISCHES FELD.....</b>	<b>52</b>
<b>2.1</b>	<b>Elektrische Ladung.....</b>	<b>52</b>
2.1.1	Coulombsches Gesetz und elektrische Feldkonstante.....	53
2.1.2	Ladungsdichten.....	55
2.1.3	Beispiel.....	57
<b>2.2</b>	<b>Elektrischer Strom.....</b>	<b>58</b>
2.2.1	Stromdichten.....	60
2.2.2	Beispiel.....	62
2.2.3	Ampèresches Gesetz und magnetische Feldkonstante.....	64
<b>2.3</b>	<b>Kontinuitätsgleichung.....</b>	<b>66</b>
2.3.1	Beispiele.....	67
<b>2.4</b>	<b>Physikalisches Feldkonzept.....</b>	<b>69</b>
2.4.1	Elektrische Feldstärke und magnetische Induktion.....	71
<b>2.5</b>	<b>Elektromagnetisches Feld gleichförmig bewegter Punktladungen.....</b>	<b>72</b>
2.5.1	Elektromagnetische Wechselwirkung zweier gleichförmig bewegter Punktladungen.....	75
2.5.2	Beispiel.....	76
<b>2.6</b>	<b>Zeitliche Entwicklung der Felder.....</b>	<b>78</b>
<b>2.7</b>	<b>Abhängigkeit der Feldgrößen vom Bezugssystem.....</b>	<b>80</b>
<b>3</b>	<b>MAXWELLSCHES GLEICHUNGEN.....</b>	<b>82</b>
<b>3.1</b>	<b>Die Quellen von E.....</b>	<b>83</b>
<b>3.2</b>	<b>Die Wirbel von B.....</b>	<b>85</b>
3.2.1	Gesetz von Biot-Savart.....	85
3.2.2	Beispiel.....	87
3.2.3	Folgerungen.....	88
3.2.4	Durchflutungsgesetz.....	91
3.2.5	Verschiebungsstrom.....	95
<b>3.3</b>	<b>Die Quellen von B.....</b>	<b>97</b>
<b>3.4</b>	<b>Die Wirbel von E.....</b>	<b>97</b>
3.4.1	Magnetischer Fluß und seine zeitliche Änderung.....	97
3.4.2	Beispiele.....	99
3.4.3	Induktionsgesetz.....	101
<b>3.5</b>	<b>Vorläufiges zur Interpretation der Maxwell-Gleichungen.....</b>	<b>104</b>
<b>3.6</b>	<b>Integrale Form der Maxwell-Gleichungen.....</b>	<b>105</b>
3.6.1	Beispiele.....	107
<b>3.7</b>	<b>Grenzbedingungen für E und B.....</b>	<b>112</b>
3.7.1	Flächendivergenz.....	113
3.7.2	Flächenrotation.....	115

3.7.3	Zusammenfassung .....	117
3.7.4	Beispiele.....	118
<b>4</b>	<b>ELEKTROSTATIK.....</b>	<b>124</b>
4.1	Elektrostatistisches Potential.....	125
4.1.1	Beispiele.....	125
4.1.2	Elektrische Spannung und Verschiebungsarbeit .....	127
4.2	Elektrischer Dipol.....	128
4.2.1	Kraft und Drehmoment auf elektrische Dipole im äußeren Feld .....	131
4.2.2	Beispiel .....	133
4.2.3	Liniendipol.....	134
4.3	Multipolentwicklung des Potentials.....	135
4.4	Poissonsche Differentialgleichung .....	136
4.4.1	Beispiel .....	137
4.4.2	Lösung für eine im Endlichen liegende Ladungsverteilung.....	138
4.4.3	Eindeutigkeit der Lösung bei allgemeinen Potentialproblemen.....	141
4.4.4	Beispiel .....	142
4.5	Zwei Verfahren zur Lösung der Laplace-Gleichung .....	143
4.5.1	Separation der Variablen bei kartesischen Koordinaten.....	143
4.5.2	Beispiel .....	145
4.5.3	Methode der finiten Differenzen, Relaxationsverfahren.....	148
4.6	Energie des E-Feldes.....	151
4.6.1	Energie einer statischen Ladungsanordnung.....	151
4.6.2	Beispiel .....	153
4.6.3	Räumliche Energiedichte des E-Feldes.....	154
4.6.4	Beispiel .....	155
<b>5</b>	<b>METALLISCHE LEITER.....</b>	<b>156</b>
5.1	Ohmsches Gesetz.....	156
5.2	Hall-Effekt .....	158
5.3	Joulesche Wärme .....	161
5.4	Allgemeines Problem stationärer Stromverteilungen .....	161
5.4.1	Grenzflächen zwischen Bereichen verschiedener Leitfähigkeit .....	163
5.4.2	Eindeutigkeit .....	166
5.4.3	Ohmscher Widerstand .....	167
5.4.4	Beispiele.....	168
5.5	Stromlose ruhende Metallkörper.....	171
5.5.1	Grenzbedingung an Metalloberflächen .....	172
5.5.2	Beispiele.....	173
5.6	Mehrleitersysteme.....	178
5.6.1	Potential- und Kapazitätskoeffizienten.....	180
5.6.2	Reziprozität.....	182
5.6.3	Beispiel .....	183
5.6.4	Weitere Eigenschaften der Kapazitätskoeffizienten .....	184

5.6.5	Energie eines Mehrleitersystems .....	186
5.6.6	Kondensatoren .....	187
5.6.7	Beispiele .....	189
5.6.8	Teilkapazitäten eines Mehrleitersystems .....	192
<b>6</b>	<b>MAGNETOSTATIK</b> .....	<b>194</b>
6.1	Vektorpotential .....	194
6.1.1	Beispiel .....	195
6.2	Differentialgleichung für das Vektorpotential .....	196
6.2.1	Lösung für eine im Endlichen liegende Stromverteilung .....	197
6.3	Magnetischer Dipol .....	200
6.3.1	Kraft auf magnetische Dipole im äußeren Feld .....	203
6.3.2	Feldparallel liegende magnetische Dipole .....	205
6.4	Induktivitätskoeffizienten .....	207
6.4.1	Selbstinduktivität .....	207
6.4.2	Beispiel .....	209
6.4.3	Wechselseitige Induktivitäten .....	211
6.4.4	Beispiele .....	213
6.5	Quasistatische Elektrodynamik .....	216
6.5.1	Quasistationäre Näherung .....	218
6.6	Mathematische Ergänzung (Satz von Helmholtz) .....	219
<b>7</b>	<b>INDUZIERTER QUASISTATIONÄRE STRÖME</b> .....	<b>221</b>
7.1	Induzierte Schleifenströme .....	223
7.2	Selbstinduktion und wechselseitige Induktion bei zwei Stromschleifen .....	225
7.3	Energie des B-Feldes .....	227
7.3.1	Bei einer Stromschleife .....	228
7.3.2	Bei mehreren Stromschleifen .....	229
7.3.3	Räumliche Energiedichte des B-Feldes .....	231
7.3.4	Beispiel .....	233
7.4	Strom-Spannungs-Beziehung bei Spule und Transformator .....	234
7.4.1	Bei Spulen .....	234
7.4.2	Bei Transformatoren .....	238
7.5	Induktion in bewegten Leitern .....	239
7.5.1	Beispiele .....	240
7.5.2	Bewegte Leiterschleifen .....	243
7.5.3	Beispiele .....	244
7.5.4	Anmerkungen .....	246
<b>8</b>	<b>ELEKTRISCH POLARISIERBARE STOFFE</b> .....	<b>248</b>
8.1	Elektrische Polarisation .....	248
8.2	Polarisationsladungen .....	249
8.2.1	Beispiele .....	253

8.3	Polarisationsstrom .....	255
8.4	Freie Ladungen und elektrische Verschiebungsdichte .....	256
8.4.1	Beispiel .....	258
8.5	Elektrische Materialgrößen .....	259
8.5.1	Grenzflächen zwischen verschiedenen Dielektrika .....	260
8.5.2	Beispiele .....	262
8.5.3	Kapazität von Kondensatoren mit dielektrischen Stoffen .....	268
9	MAGNETISCH POLARISIERBARE STOFFE .....	270
9.1	Ampèresche Kreisströme .....	270
9.1.1	Paramagnetismus .....	271
9.1.2	Diamagnetismus .....	272
9.1.3	Ferromagnetismus .....	274
9.2	Magnetisierung (Magnetische Polarisation) .....	275
9.3	Magnetisierungsströme .....	275
9.3.1	Beispiele .....	278
9.4	Freie Ströme und magnetische Feldstärke .....	280
9.4.1	Beispiele .....	282
9.5	Magnetische Materialgrößen .....	285
9.5.1	Grenzflächen zwischen verschieden permeablen Bereichen .....	286
9.6	Ferromagnetische Materialien .....	287
9.6.1	Grundsätzliches zur Meßmethode .....	287
9.6.2	Magnetisierungskurve .....	290
9.6.3	Beispiel .....	293
9.6.4	Induktivität von Spulen mit hochpermeablen Stoffen .....	294
9.6.5	Anmerkungen .....	295
9.7	Zusammenfassung der Maxwell-Gleichungen mit $D$ und $H$ .....	296
10	ELEKTROMAGNETISCHE ENERGIEBILANZ .....	298
10.1	Elektrische Leistungsdichte .....	299
10.1.1	Gespeicherte elektrische Energie im Fall linearer Dielektrika .....	301
10.2	Magnetische Leistungsdichte .....	303
10.2.1	Hystereseverlust .....	305
10.2.2	Gespeicherte Energie im Fall weichmagnetischer Stoffe .....	307
10.2.3	Beispiel .....	308
10.3	Elektromagnetische Energiestromdichte (Poynting-Vektor) .....	309
10.3.1	Beispiele .....	312
10.3.2	Anmerkungen .....	317
11	RETARDIERTE LÖSUNGEN DER MAXWELL-GLEICHUNGEN .....	318
11.1	Wellengleichungen .....	318
11.2	Inhomogene Wellengleichungen für $E$ und $B$ .....	319
11.3	Inhomogene Wellengleichungen für dynamische Potentiale .....	321

<b>11.4 Retardierte Potentiale</b> .....	322
11.4.1 Zum Rechnen mit retardierten Funktionen .....	324
11.4.2 Beweise .....	327
11.4.3 Zusammenfassung und Interpretation .....	329
11.4.4 Lösung der Maxwell-Gleichungen ohne Potentialansätze .....	331
11.4.5 Anmerkungen .....	332
11.4.6 Beispiele .....	333
<b>11.5 Zeitveränderlicher elektrischer Dipol (Hertzscher Dipol)</b> .....	341
11.5.1 Beispiel .....	344
11.5.2 Zeitharmonisches Dipolmoment .....	347
11.5.3 Skalares retardiertes Potential .....	349
<b>11.6 Zeitveränderlicher magnetischer Dipol (Fitzgeraldscher Dipol)</b> .....	351
11.6.1 Beispiel .....	354
11.6.2 Zeitharmonisches Dipolmoment .....	355
<b>11.7 Zur Berücksichtigung von Materialeigenschaften unter dynamischen Bedingungen</b> .....	357
<b>Aufgaben</b> .....	359
<b>Lösungen</b> .....	383
<b>Literatur</b> .....	408
<b>Symbole</b> .....	409
<b>Sachregister</b> .....	411