

P. Tran-Gia

Analytische Leistungsbewertung verteilter Systeme

Eine Einführung

Mit Übungsaufgaben
und 105 Abbildungen



Springer

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen

1.1	Verkehrstheoretische Modellbildung	1
1.1.1	Modellbegriff und Abstraktionsebenen	1
1.1.2	Modellbeispiele	4
1.1.3	Notation für einstufige Modelle	10
1.1.4	Theorem von Little	11
1.2	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie	14
1.2.1	Ereignisse und Wahrscheinlichkeiten	14
1.2.2	Wichtige Begriffe und Gesetze	16
1.2.3	Zufallsvariable, Verteilung und Verteilungsfunktion	18
1.2.4	Erwartungswert und Momente	22
1.2.5	Funktionen zweier Zufallsvariablen	23
1.3	Transformationsmethoden und wichtige Verteilungen	31
1.3.1	Die erzeugende Funktion	31
1.3.2	Laplace- und Laplace-Stieltjes-Transformation	33
1.3.3	Wichtige Verteilungen und ihre Transformierten	36
1.3.4	Wichtige Verteilungsfunktionen und ihre Transformierten	41
1.3.5	Wichtige Zusammenhänge	45
	Literatur zu Kapitel 1	49
	Übungsaufgaben zu Kapitel 1	49

2 Elementare Zufallsprozesse

2.1 Stochastische Prozesse 52

 2.1.1 Definition 52

 2.1.2 Markov-Prozesse 55

 2.1.3 Elementare Prozesse in Verkehrsmodellen 56

2.2 Erneuerungsprozesse 60

 2.2.1 Definitionen 60

 2.2.2 Analyse der Rekurrenzzeit 61

2.3 Analyse Markovscher Zustandsprozesse 65

 2.3.1 Übergangsverhalten von Markov-Zustandsprozessen 65

 2.3.2 Zustandsgleichungen und -wahrscheinlichkeiten 66

 2.3.3 Beispiele für Übergangswahrscheinlichkeitsdichten 75

 2.3.4 Geburts- und Sterbeprozesse 78

Literatur zu Kapitel 2 82

Übungsaufgaben zu Kapitel 2 82

3 Analyse Markovscher Systeme

3.1 Das Verlustsystem $M/M/n$ 85

 3.1.1 Modellbeschreibung und Parameter 85

 3.1.2 Zustandsraum und Zustandswahrscheinlichkeiten 86

 3.1.3 Systemcharakteristiken 90

 3.1.4 Verallgemeinerung auf das Verlustsystem $M/GI/n$ 91

 3.1.5 Modellierungsbeispiele und Anwendungen 91

3.2 Das Wartesystem $M/M/n$ 95

 3.2.1 Modellbeschreibung und Parameter 95

 3.2.2 Zustandsraum und Zustandswahrscheinlichkeiten 96

 3.2.3 Systemcharakteristiken 100

 3.2.4 Wartezeitverteilungsfunktion 104

3.3	Verlustsystem mit endlicher Quellenzahl	107
3.3.1	Modellbeschreibung	107
3.3.2	Zustandsraum und Zustandswahrscheinlichkeiten	108
	Literatur zu Kapitel 3	112
	Übungsaufgaben zu Kapitel 3	112

4 Analyse nicht-Markovscher Systeme

4.1	Methode der eingebetteten Markov-Kette	115
4.2	Das Wartesystem $M/GI/1$	118
4.2.1	Modell und Zustandsprozeß	118
4.2.2	Markov-Kette und Übergangsverhalten	119
4.2.3	Zustandsgleichungen	121
4.2.4	Zustandswahrscheinlichkeiten	122
4.2.5	Wartezeitverteilungsfunktion	124
4.2.6	Weitere Systemcharakteristiken	127
4.2.7	Zustandswahrscheinlichkeiten zu zufälligen Zeitpunkten	129
4.3	Das Wartesystem $GI/M/1$	132
4.3.1	Modell und Zustandsprozeß	132
4.3.2	Übergangsverhalten	132
4.3.3	Zustandsgleichungen	135
4.3.4	Zustandsanalyse mit geometrischem Ansatz	136
4.3.5	Wartezeitverteilungsfunktion	138
4.4	Ein Gruppenbediensystem mit Startschwelle	140
4.4.1	Modell und Zustandsprozeß	140
4.4.2	Markov-Kette und Übergangsverhalten	142
4.4.3	Zustandswahrscheinlichkeiten und Systemcharakteristiken	144
	Literatur zu Kapitel 4	147
	Übungsaufgaben zu Kapitel 4	147

5 Analyse zeitdiskreter Systeme

5.1 Zeitdiskrete Zufallsprozesse 150

 5.1.1 Voraussetzungen und Parameter 150

 5.1.2 Zeitdiskrete Erneuerungsprozesse 152

5.2 Transformationsmethoden für zeitdiskrete Analyse 158

 5.2.1 Diskrete Fourier-Transformation 158

 5.2.2 Das Konzept des komplexen Cepstrums 160

5.3 Das zeitdiskrete Wartesystem GEOM(1)/GI/1 167

 5.3.1 Modellbeschreibung 167

 5.3.2 Markov-Kette und Zustandsübergänge 168

 5.3.3 Zustandswahrscheinlichkeit 169

 5.3.4 Wartezeitverteilung 171

5.4 Das zeitdiskrete Wartesystem GI/GI/1 173

 5.4.1 Modellbeschreibung 173

 5.4.2 Die Lindley-Integralgleichung
 für zeitkontinuierliche GI/GI/1-Systeme 173

 5.4.3 Modifizierte Lindley-Integralgleichung
 für zeitdiskrete GI/GI/1-Systeme 175

 5.4.4 Charakteristische Gleichung im transformierten Bereich 179

 5.4.5 Analysealgorithmus im Zeitbereich 183

 5.4.6 Analysealgorithmen im transformierten Bereich 185

 5.4.7 Numerische Beispiele 191

 5.4.8 Weitere Systemcharakteristiken 194

Literatur zu Kapitel 5 195

Übungsaufgaben zu Kapitel 5 195

6 Matrixanalytische Methode

6.1 Die Phasenverteilung (PH)	197
6.1.1 Von der Erlang- k -Phasendarstellung zur Phasenverteilung	198
6.1.2 Definition der Phasenverteilung	199
6.1.3 Beispiele für Phasenverteilungen	204
6.1.4 Funktionen von phasenverteilten Zufallsvariablen	207
6.1.5 Die zeitdiskrete Phasenverteilung (D-PH)	208
6.2 Der Markovsche Ankunftsprozeß (MAP)	210
6.2.1 Definition	210
6.2.2 Wichtige Eigenschaften des Markov-Ankunftsprozesses	212
6.2.3 Der zeitdiskrete Markov-Ankunftsprozeß (D-MAP)	215
6.3 Das Wartesystem MAP/GI/1	218
6.3.1 Modellbeschreibung	218
6.3.2 Zählprozeß der Ankünfte	218
6.3.3 Eingebetteter Markov-Erneuerungsprozeß	222
6.3.4 Stationäre Zustandswahrscheinlichkeiten	225
6.3.5 Zustandswahrscheinlichkeit zu beliebigen Zeitpunkten	233
6.3.6 Virtuelle Wartezeitverteilungsfunktion	234
6.3.7 Zusammenstellung der wichtigsten Algorithmenschritte	235
Literatur zu Kapitel 6	237
Übungsaufgaben zu Kapitel 6	237
Index	239
Notationskonventionen und Formelzeichen	242