

Hans Bandemer

Mathematik und Ungewißheit

**Drei Essays
zu Problemen der Anwendung**

EAG.LE

**Edition am Gutenbergplatz
Leipzig**

Inhaltsverzeichnis

Essai		
über die Ungewißheit von Beobachtungen		15
1	Einleitung	16
2	Beobachtung	19
2.1	Objekte und ihre Eigenschaften	19
2.2	Beobachtungseinrichtungen	20
2.3	Beobachtungsergebnisse	20
3	Ungewißheit	22
3.1	Arten der Ungewißheit	22
3.2	Ungewißheit bei Beobachtungen	23
4	Erfassung der Objektungewißheit	24
4.1	Vagheit	24
4.2	Unschärfe	30
4.3	Variabilität	34
4.4	Zum Unterschied zwischen einer Wahrscheinlichkeitsdichte und der Zugehörigkeitsfunktion einer unscharfen Menge	36
4.5	Variabilität und Unschärfe	37
5	Erfassung der Beobachtungsungewißheit	38
5.1	Besonderheiten	38
5.2	Vagheit	39
5.3	Unschärfe	40
5.4	Variabilität	41
6	Charakter von Beobachtungsergebnissen	43

6.1	Arten der Beobachtungsergebnisse	43
6.2	Entscheidung über den Charakter des Beobachtungsergebnisses	44
7	Zweck und Ziel von Beobachtungen	45
7.1	Aussagen über das Objekt und seine Eigenschaften	45
7.2	Aussagen über die Beobachtungseinrichtung	45
7.3	Aussagen über nicht untersuchte Objekte	46
7.4	Aussagen über ähnliche Beobachtungseinrichtungen	46
7.5	Ungewißheit der Beobachtungsergebnisse	46
7.6	Ungewißheit der Schlußfolgerungen	47
8	Planung des Beobachtungsprozesses	47
8.1	Möglichkeiten	47
8.2	Auswahlkriterien	48
8.3	Berücksichtigung der Ungewißheit	49
9	Zusammenschau und Ausblick	49
9.1	Das Beobachtungsproblem	49
9.2	Idealsuche und Ausweg	50
9.3	Schlußbemerkung	51

Essai

	über die Ungewißheit mathematischer Modelle	53
10	Einleitung	54
11	Beobachtungen und Ungewißheit	57
11.1	Beobachtungen	57
11.2	Ungewißheit	58
11.3	Das Beobachtungsproblem	59
12	Mathematische Modelle	60
12.1	Definition	60
13	Mathematische Modelle und ihre Ungewißheit	67
13.1	Qualitative Charakterisierung	67
13.2	Ein Beispiel	70

Inhaltsverzeichnis	13
13.3 Erfassung der Ungewißheit	73
14 Mathematisches Modell und Beobachtungen	80
14.1 Ein Modell zu den Beobachtungsergebnissen .	80
14.2 Modellsuche über Approximation	82
14.3 Beobachtungsergebnisse zu einer Modellfamilie	84
15 Bewertung (Evaluation) der Modellfamilie	85
15.1 Verwendung von Information über die Parameter	86
15.2 Unbewertete Modellfamilie und Beobachtungs- ergebnisse	88
15.3 Bewertete Modellfamilien und Beobachtungs- ergebnisse	99
16 Ungewißheit durch die Modellierung	103
16.1 Wahl des Modells	103
16.2 Einsatz mathematischer Methoden und Com- putertechnik für die Bewertung der Parame- termengen der Modellfamilie	105
17 Ausblick	106
17.1 Rolle des Vorwissens und von Seiteninformationen	106
17.2 Schlußbemerkung	107
Essai	
über die Ungewißheit von Vorkenntnissen	
und Seiteninformationen	109
18 Einleitung	110
18.1 Ein nützlicher Witz	110
19 Vorkenntnisse und Seiteninformation	113
19.1 Vorkenntnisse	113
19.2 Seiteninformationen	114
20 Arten von Seiteninformation	115
20.1 Bei der Beobachtung	116
20.2 Nach der Beobachtung	118

21	Bayessche Methoden	123
21.1	Direkte Spezifizierung	123
21.2	Empirisch Bayessches Vorgehen	124
21.3	Subjektive a-priori-Verteilungen	126
21.4	Evidenzgesamtheiten	128
22	A-priori-Möglichkeitseinschätzungen	131
22.1	Wahrscheinlichkeitsverteilungen als unscharfe Maße	131
22.2	Möglichkeitsverteilungen	133
23	Schrittweises Vorgehen	137
23.1	Iterative Verfahren	138
23.2	Sequentielles Vorgehen	138
23.3	Verallgemeinertes sequentielles Vorgehen . . .	139
24	Ausblick	140
	Literatur	142
	Index	151