

Heinz Georg Schuster

Deterministisches Chaos

Eine Einführung



Weinheim · New York
Basel · Cambridge · Tokyo

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Experimente und einfache Modelle	7
1.1 Experimente zum Deterministischen Chaos	7
Das getriebene Pendel	7
Das Rayleigh-Bénard-System in einer Zelle	9
Getriebene chemische Reaktionen	11
Das Hénon-Heiles-System	13
1.2 Der periodisch getriebene Rotator	18
Die logistische Abbildung	19
Die Hénon-Abbildung	19
Die Chirikov-Abbildung	20
2 Stückweise lineare Abbildungen	21
2.1 Die Bernoulli-Verschiebung	21
2.2 Charakterisierung von chaotischer Bewegung	24
Der Liapunovexponent	24
Das invariante Maß	28
Die Korrelationsfunktion	31
2.3 Deterministische Diffusion	32
3 Universelles Verhalten quadratischer Abbildungen	37
3.1 Parameterabhängigkeit der Iterierten	39
3.2 Gabelbifurkation und Verdopplungstransformation	42
Gabelbifurkationen	42
Superzyklen	45
Die Verdopplungstransformation und der Wert von α	47
Die linearisierte Verdopplungstransformation und der Wert von δ	48
3.3 Selbstähnlichkeit, universelles Leistungsspektrum und der Einfluß von externem Rauschen	51
Selbstähnlichkeit in den Positionen der Zykluselemente	52
Die Hausdorffdimension	54
Das Leistungsspektrum	56
Der Einfluß von äußerem Rauschen	58

3.4	Das Verhalten der logistischen Abbildung für $r \geq r_\infty$	61
	Sensitive Parameterabhängigkeit	62
	Strukturelle Universalität	64
	Chaotische Bänder und Skalenverhalten	66
3.5	Parallelen zwischen Periodenverdopplung und Phasenübergängen . .	69
3.6	Experimente zur Bifurkationsroute	72
4	Die Intermittenzroute zum Chaos	77
4.1	Mechanismen für Intermittenz	77
	Typ-I Intermittenz	78
	Die Länge der laminaren Region	82
4.2	Renormierungsgruppenbeschreibung der Intermittenz	83
4.3	Intermittenz und $1/f$ -Rauschen	89
4.4	Experimentelle Beobachtung der Intermittenz-Route	95
	Die Verteilung der laminaren Längen	95
	Typ-I Intermittenz	97
	Typ-III Intermittenz	97
5	Seltsame Attraktoren in dissipativen dynamischen Systemen	101
5.1	Einführung und Definition seltsamer Attraktoren	101
	Die Bäcker-Transformation	105
	Die dissipative Hénon-Abbildung	106
5.2	Die Kolmogorov-Entropie K	109
	Definition von K	109
	Die Verbindung von K mit den Liapunovexponenten	110
	Die mittlere Vorhersagezeit für ein chaotisches System	115
5.3	Charakterisierung des Attraktors durch ein gemessenes Signal	116
	Rekonstruktion des Attraktors aus einer Zeitreihe	118
	Verallgemeinerte Dimensionen und Verteilung der Singularitäten . .	120
	Verallgemeinerte Entropien und Fluktuationen um die K -Entropie .	130
	Die Kaplan-Yorke-Vermutung	136
5.4	Bilder seltsamer Attraktoren und fraktaler Grenzen	138
6	Der Übergang von Quasiperiodizität zum Chaos	143
6.1	Seltsame Attraktoren und das Einsetzen von Turbulenz	143
	Die Hopf-Bifurkation	143
	Die Landau-Route zur Turbulenz	145
	Die Ruelle-Takens-Newhouse-Route zum Chaos	145
	Die Möglichkeit quasiperiodischer Trajektorien mit drei Frequenzen .	148
	Das Aufbrechen eines Zweiertorus	149
6.2	Universelles Verhalten beim Übergang von Quasiperiodizität zum	
	Chaos	153
	Mode-Locking und Farey-Baum	157
	Lokale Universalität	160
	Globale Universalität	166

6.3	Experimente und Kreisabbildungen	170
	Das getriebene Pendel	171
	Die elektrische Leitfähigkeit von Barium-Natrium-Niobat	174
	Das dynamische Verhalten von Herzzellen	174
	Das getriebene Rayleigh-Bénard-Experiment	178
6.4	Routen zum Chaos	179
	Krisen	180
7	Reguläre und irreguläre Bewegung in konservativen Systemen	181
7.1	Koexistenz von regulärer und irregulärer Bewegung	183
	Integrable Systeme	184
	Störungstheorie und verschwindende Nenner	186
	Stabile Tori und KAM-Theorem	187
	Instabile Tori und Poincaré-Birkhoff-Theorem	188
	Homokline Punkte und Chaos	191
	Die Arnold-Diffusion	193
	Beispiele für klassisches Chaos	195
7.2	Stark irreguläre Bewegung und Ergodizität	196
	Die Katzenabbildung	196
	Eine Hierarchie des klassischen Chaos	197
	Drei klassische K -Systeme	203
8	Chaos in Quantensystemen?	205
8.1	Die Quantenversion der Katzenabbildung	207
8.2	Ein Quantenteilchen in einem Stadion	208
8.3	Der getriebene Quantenrotator	209
9	Die Kontrolle von Chaos	217
9.1	Stabilisierung instabiler Zyklen	219
9.2	Parametrische Resonanz bei instabilen Zyklen	223
	Ausblick	227
	Anhang	229
A	Ableitung des Lorenz-Modells	229
B	Stabilitätsanalyse und das Einsetzen von Konvektion und Turbulenz beim Lorenz-Modell	231
C	Die Schwarzsche Ableitung	233
D	Renormierung des eindimensionalen Ising-Modells	234
E	Dezimierung und Wegintegrale für externes Rauschen	237
F	Das Shannonsche Maß für die Information	241
G	Periodenverdopplung bei der konservativen Hénon-Abbildung	244
H	Instabile periodische Zyklen	249

Literatur

257	Neuere Bücher
258	Einführung
262	Zu Kapitel 1
263	Zu Kapitel 2
264	Zu Kapitel 3
268	Zu Kapitel 4
269	Zu Kapitel 5
273	Zu Kapitel 6
276	Zu Kapitel 7
278	Zu Kapitel 8
281	Zu Kapitel 9
282	Ausblick

Index