

# Zur Krümmungstheorie von Hüllflächen und ihrer Anwendung bei Werkzeugen und Verzahnungen

Von der Fakultät  
Konstruktions- und Fertigungstechnik  
der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr. -Ing.)  
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von  
**Dipl.-Math. Joachim Grill**  
geboren in Heilbronn

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. G. Lechner  
Mitberichter: Priv. Doz. Dr.-rer. nat. E. Teufel

Tag der Einreichung: 21.04.1993  
Tag der mündlichen Prüfung: 06.10.1993

# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Bezeichnungen</b>   | <b>v</b>  |
| <b>1 Einleitung</b>  | <b>1</b>  |
| <b>2 Stand der Forschung und Technik</b>                                       | <b>2</b>  |
| <b>3 Aufgabenstellung und Zielsetzung</b>                                      | <b>7</b>  |
| <b>4 Kinematische Grundlagen</b>   | <b>11</b> |
| 4.1 Beschreibung räumlicher Zwangläufe . . . . .                               | 11        |
| 4.2 Geschwindigkeit und Beschleunigung . . . . .                               | 12        |
| 4.3 Der lineare Strahlkomplex . . . . .  | 13        |
| 4.4 Räumliche Zwanglaufketten . . . . .  | 15        |
| 4.5 Das Gang- und Rastaxoid . . . . .  | 18        |
| <b>5 Die Axoide räumlicher Bewegungen</b>                                      | <b>20</b> |
| 5.1 Grundlagen der Strahlflächentheorie . . . . .                              | 20        |
| 5.2 Bestimmung der Kinematik aus den Axoiden . . . . .                         | 26        |
| 5.3 Bestimmung der Axoide aus dem Bewegungswinder . . . . .                    | 32        |
| 5.4 Ebene Kinematik . . . . .  | 33        |
| 5.5 Die Striktionsschraubenfläche . . . . .                                    | 34        |
| <b>6 Krümmungstheorie von Hüllflächen</b>                                      | <b>37</b> |
| 6.1 Die Auflösung der Hüllbedingung . . . . .                                  | 37        |
| 6.2 Die Fundamentalformen von Hüllflächen . . . . .                            | 41        |
| 6.2.1 Die Charakteristiken als neue Parameterlinien . . . . .                  | 41        |
| 6.2.2 Hüllfläche in den Parametern der erzeugenden Fläche . . . . .            | 45        |
| 6.3 Eingriffsstörungen . . . . .   | 49        |
| 6.4 Die Normalkrümmungen von Hüllflächen . . . . .                             | 50        |
| 6.5 Hauptkrümmungen und Hauptkrümmungsrichtungen . . . . .                     | 53        |
| 6.6 Die Dupinschen Indikatrizen von Hüllflächen . . . . .                      | 56        |
| <b>7 Formel von Euler-Savary im Raum</b>                                       | <b>64</b> |
| 7.1 Herleitung der Formel aus den Fundamentalformen . . . . .                  | 64        |
| 7.2 Konstruktion in der Nullebene eines Eingriffspunktes . . . . .             | 71        |
| 7.3 Streifenkurven bei konjugierten und balligen Zahnflanken . . . . .         | 73        |
| 7.4 Allgemeine Formeln für Hüllflächen . . . . .                               | 78        |
| 7.5 Räumliches Analogon der Konstruktion von Euler-Savary . . . . .            | 83        |
| 7.6 Formel und Konstruktion von Euler-Savary für ballige Zahnflanken . . . . . | 90        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| <b>8</b>  | <b>Beschreibung von Werkzeugflächen</b>                          | <b>95</b>  |
| 8.1       | Problemstellung . . . . .  | 95         |
| 8.2       | Bewegflächen als Funktionsflächen bei Werkzeugen . . . . .       | 95         |
| 8.3       | Ermittlung von Werkzeugflächen aus einem Bezugsprofil . . . . .  | 97         |
| 8.4       | Ergebnisse . . . . .   | 102        |
| 8.4.1     | Der Hobelkamm und das Schneidrad . . . . .                       | 103        |
| 8.4.2     | Die Schleifscheibe als rotationssymmetrisches Werkzeug . . . . . | 104        |
| 8.4.3     | Hohnrad, Schälrad und Wälzfräser als Schraubflächen . . . . .    | 105        |
| 8.4.4     | Erzeugende Flächen bei der Kegelradfertigung . . . . .           | 107        |
| <b>9</b>  | <b>Ergebnisse und Anwendungen</b>                                | <b>109</b> |
| 9.1       | Beschreibung von Werkzeugmaschinen . . . . .                     | 109        |
| 9.2       | Wälzhobeln von Stirnrädern . . . . .                             | 110        |
| 9.2.1     | Runde Stirnräder . . . . .                                       | 110        |
| 9.2.2     | Wälzhobeln eines Evolventenstirnrades . . . . .                  | 112        |
| 9.2.3     | Unrunde Stirnräder . . . . .                                     | 114        |
| 9.2.4     | NC Daten für die Fertigung . . . . .                             | 116        |
| 9.3       | Wälzstoßen von Stirnrädern . . . . .                             | 118        |
| 9.3.1     | Runde Stirnräder . . . . .                                       | 118        |
| 9.3.2     | Unrunde Stirnräder . . . . .                                     | 119        |
| 9.3.3     | NC Daten für die Fertigung . . . . .                             | 121        |
| 9.4       | Schraubwälzen . . . . .  | 122        |
| 9.4.1     | Kinematik des Schraubwälzens . . . . .                           | 123        |
| 9.4.2     | Wälzfräsen von Stirnrädern und Zylinderschnecken . . . . .       | 124        |
| 9.4.3     | Wälzschälern von Stirnrädern und Schnecken . . . . .             | 125        |
| 9.4.4     | Schraubwälzfräsen von Schneckenrädern . . . . .                  | 126        |
| 9.4.5     | Kegelradfertigung . . . . .                                      | 129        |
| 9.4.6     | Hohnen eines Stirnrades . . . . .                                | 129        |
| 9.5       | Schleifen von Werkzeugen und Verzahnungen . . . . .              | 130        |
| 9.5.1     | Schleifen einer ZK-Schnecke . . . . .                            | 130        |
| 9.5.2     | Schleifen einer Extruderschnecke . . . . .                       | 132        |
| <b>10</b> | <b>Zusammenfassung und Ausblick</b>                              | <b>134</b> |
|           | <b>Literaturverzeichnis</b>                                      | <b>136</b> |
| <b>A</b>  | <b>Grundlagen der Liniengeometrie</b>                            | <b>142</b> |
| A.1       | Der gebundene und der linienflüchtige Vektor . . . . .           | 142        |
| A.2       | Vektorwinder und Vektorschraube . . . . .                        | 143        |
| <b>B</b>  | <b>Differentialgeometrie</b>                                     | <b>150</b> |
| B.1       | Grundbegriffe . . . . .  | 150        |
| B.2       | Parametertransformationen . . . . .                              | 151        |
| B.3       | Krümmungstheorie . . . . .                                       | 152        |
| <b>C</b>  | <b>Hauptsatz über implizite Funktionen</b>                       | <b>155</b> |