

# Inf & Ing

Vorlesungen zum Informatik-  
und Ingenieurstudium

Hans-Jürgen Hotop  
Thomas Klinker  
Christoph Maas  
(Hrsg.)

Band 1



Christoph Maas

## Graphentheorie und Operations Research für Studierende der Informatik

2. veränderte Auflage 1994

Verlegt bei Dr. Bernd Wißner,  
Augsburg 1994



# Inhaltsverzeichnis

<b>0</b>	<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>1</b>	<b>Lineare Optimierung</b>	<b>11</b>
1.1	Aufgabenstellung und Schreibweisen . . . . .	11
1.2	Lösung eines LP-Problems . . . . .	13
1.2.1	Veranschaulichung der zulässigen Menge . . . . .	13
1.2.2	Rechnerische Behandlung der zulässigen Menge . . . . .	16
1.3	Dualität . . . . .	20
1.4	Ganzzahlige LP-Probleme . . . . .	22
1.4.1	Überlegungen zur Lösbarkeit . . . . .	24
1.4.2	Branch-And-Bound Verfahren . . . . .	25
1.4.3	Schnittebenenverfahren . . . . .	27
<b>2</b>	<b>Einige Grundbegriffe über Graphen</b>	<b>31</b>
2.1	Gerichtete und ungerichtete Graphen . . . . .	31
2.2	Teilgraphen und Untergraphen . . . . .	36
2.3	Zusammenhang . . . . .	37
2.3.1	Kantenfolgen, Wege, Kreise . . . . .	37
2.3.2	Komponenten . . . . .	39
2.4	Planare Graphen . . . . .	41
2.5	Matrixdarstellungen von Graphen . . . . .	43
2.5.1	Ungerichtete Graphen . . . . .	43
2.5.2	Gerichtete Graphen . . . . .	44
2.6	UND/ODER-Graphen . . . . .	46
<b>3</b>	<b>Optimale Wege</b>	<b>49</b>
3.1	Das Problem der kürzesten Wege . . . . .	49
3.2	Der Algorithmus von Dijkstra . . . . .	51
3.2.1	Grundidee . . . . .	51
3.2.2	Verfahrensvorschrift . . . . .	51

3.2.3	Arbeitsaufwand . . . . .	53
3.2.4	Versagen des Algorithmus bei negativen Kantenlängen . . . . .	55
3.3	Weitere Kürzeste-Wege-Algorithmen . . . . .	56
3.3.1	Der FIFO-Algorithmus . . . . .	56
3.3.2	Der Floyd-Warshall-Algorithmus . . . . .	57
3.4	Das Problem der längsten Wege . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Bäume</b>	<b>61</b>
4.1	Definition und Eigenschaften . . . . .	61
4.2	Anwendungsbeispiele . . . . .	63
4.2.1	Speicherung totalgeordneter Datensätze . . . . .	63
4.2.2	Auswertung arithmetischer Ausdrücke . . . . .	65
4.3	Gerüste . . . . .	67
4.3.1	Bestimmung von Minimalgerüsten . . . . .	68
4.3.2	Greedy-Algorithmen . . . . .	71
<b>5</b>	<b>Flußprobleme</b>	<b>73</b>
5.1	Flüsse maximaler Stärke . . . . .	73
5.1.1	Vergrößernde Wege . . . . .	74
5.1.2	Minimale Schnitte . . . . .	75
5.1.3	Der Algorithmus von Ford und Fulkerson . . . . .	77
5.1.4	Überlegungen zur Komplexität . . . . .	78
5.2	Andere Flußprobleme . . . . .	80
5.3	Zuordnungs- und Transportprobleme . . . . .	80
5.3.1	Matchings in einem bipartiten Graphen . . . . .	80
5.3.2	Andere Matchingprobleme . . . . .	86
5.3.3	Das Transportproblem . . . . .	87
<b>6</b>	<b>Tourenprobleme</b>	<b>91</b>
6.1	Kantenbezogene Aufgaben . . . . .	91
6.1.1	Eulertouren . . . . .	91
6.1.2	Das Chinesische Briefträgerproblem . . . . .	93
6.2	Eckenbezogene Aufgaben . . . . .	97
6.2.1	Hamiltonkreise . . . . .	97
6.2.2	Das Rundreiseproblem . . . . .	97
<b>7</b>	<b>Petri-Netze</b>	<b>103</b>
7.1	Definition von Petri-Netzen . . . . .	103
7.2	Bedingungs/Ereignis-Systeme . . . . .	105
7.3	Stellen/Transitionen-Systeme . . . . .	108
7.4	Prädikat/Ereignis-Systeme . . . . .	110

<b>8 Netzplantechnik</b>	<b>113</b>
8.1 CPM-Netzpläne . . . . .	113
8.2 Kritische Vorgänge und Wege . . . . .	115
8.3 Verkürzung der Projektdauer . . . . .	118
<b>A Lösungen der Aufgaben</b>	<b>123</b>
A.1 Lineare Optimierung . . . . .	123
A.2 Einige Grundbegriffe über Graphen . . . . .	127
A.3 Optimale Wege . . . . .	129
A.4 Bäume . . . . .	130
A.5 Flußprobleme . . . . .	131
A.6 Tourenprobleme . . . . .	133
A.7 Petri-Netze . . . . .	133
A.8 Netzplantechnik . . . . .	136
<b>B Nachbemerkung</b>	<b>139</b>