
Lineare und nichtlineare Schwingungen und Wellen

Von Prof. Dr. sc. nat. ETH Fritz Kurt Kneubühl
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

unter Mitwirkung von
Dr. sc. nat. ETH Damien Philippe Scherrer
Assistent an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich

Mit 125 Abbildungen und 3 Tabellen



B. G. Teubner Stuttgart 1995

INHALT

1.	EINLEITUNG	11
2.	FREIE SCHWINGUNGEN	13
2. 1.	Oszillatoren	13
2. 2	Harmonische Oszillatoren	13
2. 2. 1	Die Schwingungsgleichung	13
2. 2. 2	Der ungedämpfte harmonische Oszillator	14
2. 2. 3	Harmonischer Oszillator mit Dämpfung oder Verstärkung	19
2. 2. 4	Der elektrische Schwingkreis	29
2. 3	Modulierte lineare Oszillatoren	30
2. 3. 1	Die Schwingungsgleichung	30
2. 3. 2	Allgemeine Lösungen	31
2. 3. 3	Nullstellen und oszillatorisches Verhalten	34
2. 3. 4	"Chirp" - Oszillatoren	36
2. 3. 5	Aperiodisch modulierte harmonische Oszillatoren	38
2. 3. 6	Oszillatoren mit Stufenmodulation	43
2. 3. 7	Periodisch modulierte Oszillatoren	45
2. 3. 8	Singularitäten und Approximationen	64
2. 4	Relais - Oszillatoren	75
2. 4. 1	Schaltfunktionen	75
2. 4. 2	Oszillator mit trockener Reibung	77
2. 4. 3	Oszillator mit Luftwiderstand	79
2. 4. 4	Oszillator mit konstanter Rückstellkraft	81
2. 4. 5	Oszillator mit Totzone	83
2. 4. 6	Oszillator mit Hysterese	85
2. 5	Nichtlineare Liénard-Oszillatoren	87
2. 5. 1	Allgemeine Eigenschaften	87
2. 5. 2	Duffing - Oszillatoren	88
2. 5. 3	Mathematisches Pendel	95
2. 5. 4	Smith-Oszillatoren	98
2. 5. 5	Van der Pol - Oszillatoren	99

3.	ERZWUNGENE SCHWINGUNGEN	106
3.1	Freie und erzwungene Schwingungen	106
3. 1. 1	Spezielle Formen der Anregung	106
3. 1. 2	Lineare Oszillatoren	107
3.2	Anregung harmonischer Oszillatoren	108
3. 2. 1	Die Schwingungsgleichung	108
3. 2. 2	Der Einschwingvorgang	108
3. 2. 3	Reelle harmonische Anregung	109
3. 2. 4	Komplexe harmonische Anregung	111
3. 2. 5	Subharmonische und Ultraharmonische	113
3. 2. 6	Periodische Anregung	116
3. 2. 7	Breitbandige Anregung	116
3. 2. 8	Stossanregung	117
3. 2. 9	Einschaltprozesse	119
3.3	Anregung modulierter linearer Oszillatoren	121
3. 3. 1	Green - Funktionen	121
3. 3. 2	Anregung spezifischer modulierter Oszillatoren	123
3. 3. 3	Rückkopplung	125
3.4	Anregung nichtlinearer Liénard-Oszillatoren	127
3. 4. 1	Allgemeine Gesetze	127
3. 4. 2	Periodische Anregung von Duffing-Oszillatoren	128
3. 4. 3	Harmonische Anregung des van der Pol - Oszillators	134
4.	SCHWINGUNGEN DER SYSTEME	140
4.1	Übersicht	140
4.2	Strömungen	143
4. 2. 1	Grundbegriffe	143
4. 2. 2	Potentialströmungen	150
4. 2. 3	Quellenfreie Strömungen	153
4. 2. 4	Allgemeine Strömungen	154
4. 2. 5	Zweidimensionale Strömungen	155

4.3	Die zweidimensionalen linearen d'Alembert-Systeme	158
4.3.1	Darstellungen	158
4.3.2	Zugeordnete Differentialgleichungen	160
4.3.3	Stabilität	162
4.3.4	Analyse des kritischen Punkts	163
4.3.5	Propagatoren	169
4.3.6	Höherdimensionale d'Alembert Systeme	172
4.4	Konservative lineare mechanische Systeme	173
4.4.1	Lagrange-Mechanik der Systeme	173
4.4.2	Schwingungen	174
4.4.3	Molekülschwingungen	175
4.5	Zeitabhängige lineare Systeme	176
4.5.1	Homogene Systeme beliebiger Dimension	176
4.5.2	Stabilität homogener Systeme	180
4.5.3	Zweidimensionale homogene Systeme	181
4.5.4	Inhomogene Systeme	184
4.6	Grenzyklen zweidimensionaler nichtlinearer Systeme	185
4.6.1	Der Grenzyklus	185
4.6.2	Rotationssymmetrische Systeme	186
4.6.3	Existenz von Grenzyklen	193
4.7	Stabilitätskriterien von Ljapunow	195
4.7.1	Leistung in einem konservativen Kraftfeld	195
4.7.2	Ljapunow-Funktionen und Stabilität	196
4.7.3	Instabilität	197
4.7.4	Hamilton-Funktion als Ljapunow-Funktion	197
4.8	Populationsdynamik	200
4.8.1	Modelle	200
4.8.2	Einzelpopulationen	200
4.8.3	Das Lotka - Volterra Modell	201

5.	SCHWINGUNGEN VON ÜBERTRAGUNGSSYSTEMEN	205
5.1	Zeitunabhängige lineare Übertragungssysteme	205
5.2	Regel - und Schwingkreise	209
5.3	Totzeitsysteme	212
5.3.1	Normierte Totzeitsysteme	212
5.3.2	Totzeitsysteme in Regel- und Schwingkreisen	213
5.3.3	Nichtlineare Totzeitsysteme	215
6.	INSTABILITÄT UND CHAOS	217
6.1	Bifurkation	217
6.1.1	Definition	217
6.1.2	Bifurkation autonomer Systeme	217
6.1.3	Heugabel-Bifurkation als Katastrophe	218
6.1.4	Hopf - Bifurkation	221
6.2	Instabilitäten und deterministisches Chaos	224
6.3	Die logistische Abbildung	228
6.4	Das Lorenz-Modell	231
7.	LINEARE WELLEN	236
7.1	Grundlagen	236
7.1.1	Der Begriff Welle	236
7.1.2	Wellentypen	237
7.1.3	Grundgesetze linearer Wellen	239
7.2	Harmonische Wellen und Wellengruppen	240
7.2.1	Komplexe und reelle harmonische Wellen	240
7.2.2	Dispersionsrelationen	242
7.2.3	Wellengeschwindigkeiten	244
7.2.4	Phasen- und Gruppendiffusion	249
7.2.5	Enveloppen	251

7.3	Lineare Wellen in homogenen Medien	254
7.3.1	Hertz - Gleichung	255
7.3.2	Reduzierte Hertz-Gleichung	255
7.3.3	Lineare Klein-Gordon-Gleichung	256
7.3.4	Lineare Diffusionsgleichung	258
7.3.5	Linearisierte Korteweg - de Vries Gleichung	259
7.3.6	Lineare Schrödinger-Gleichung	261
7.4	Lineare Wellen in periodischen Strukturen und Medien	262
7.4.1	Unendliche Ketten mit gleichen Federn und Massen	263
7.4.2	Unendliche Ketten mit gleichen Federn und alternierenden Massen	267
7.4.3	Periodische lineare optische Medien	270
7.4.4	Wellenmechanik eines Teilchens in einem periodischen Potential	280
8.	NICHTLINEARE WELLEN	285
8.1	Nichtlineare periodische und solitäre Wellen	285
8.2	Dispersionsfreie nichtlineare Wellen	289
8.3	Nichtlineare Diffusion	290
8.4	Die Korteweg - de Vries Gleichung	291
8.4.1	Aequivalente Gleichungen	291
8.4.2	Korteweg - de Vries - Solitonen	294
8.4.3	Periodische Korteweg-de Vries Wellen	296
8.4.4	Verallgemeinerte Korteweg - de Vries - Gleichungen	297
8.5	Nichtlineare Klein - Gordon - Gleichungen	297
8.5.1	Analoge Darstellungen	297
8.5.2	Sine - Gordon - Solitonen	300
8.5.3	Periodische Sine-Gordon-Wellen	303
8.6	Nichtlineare Schrödinger-Gleichung	305
8.6.1	Wellenmechanik	305
8.6.2	Das Kerr-Medium	306
8.6.3	Solitonen im Kerr-Medium	308
8.6.4	Das Kerr-Medium mit Verstärkung	310

8. 7	Maxwell - Bloch - Gleichungen	311
8. 8	Die Toda-Kette	315
8. 8. 1	Die Bewegungs-Gleichung	315
8. 8. 2	Toda - Solitonen	316
8. 8. 3	Toda - Wellen	317
9.	STEHENDE WELLEN	318
9. 1	Stehende Wellen und Randbedingungen	318
9. 2	Die frei schwingende homogene Saite	319
9. 3	Sturm - Liouville - Systeme	322
9. 4	Nichtlineare stehende Wellen	327
9. 5	Erzwungene stehende Wellen	328
	REFERENZEN	330
B.	Bücher	330
Z.	Publikationen in Zeitschriften	339
	SACHREGISTER	343