

---

# Orthogonale Matrix- transformationen

---

Parallele Algorithmen, Architekturen und  
Anwendungen

---

von  
Dr.-Ing. habil. Jürgen Götze

---

mit 38 Bildern und 7 Tabellen

R. Oldenbourg Verlag München Wien 1995

# Inhaltsverzeichnis

Geleit . . . . .	IX
Vorwort . . . . .	XI
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Lineare Algebra und Signalverarbeitung . . . . .	1
1.2 Lineare Matrixzerlegungen: Eigen- und Singulärwerte . . . . .	3
1.3 Berechnung der unitären Matrixzerlegungen . . . . .	6
1.4 Historische Entwicklung . . . . .	7
<b>2. Theoretische Grundlagen</b>	<b>15</b>
2.1 QR-Zerlegung . . . . .	16
2.2 Eigenwerte und Eigenvektoren . . . . .	16
2.3 Singulärwertzerlegung . . . . .	19
<b>3. Jacobi Methoden</b>	<b>22</b>
3.1 Jacobi's Idee . . . . .	24
3.2 Jacobi EVD Methoden . . . . .	25
3.3 Jacobi SVD Methoden . . . . .	29
3.3.1 Berechnung der QRD . . . . .	30
3.3.2 Jacobi SVD Methoden für Dreiecksmatrizen . . . . .	32
<b>4. Parallele Implementierung von Jacobi Methoden</b>	<b>37</b>
4.1 Ordnungsschemata für parallele Jacobi Methoden . . . . .	38
4.2 Prozessorfelder für Jacobi EVD Methoden . . . . .	47
4.3 Prozessorfelder für Jacobi SVD Methoden . . . . .	53
<b>5. Parallele Jacobi Methoden für Mehrprozessorarchitekturen</b>	<b>55</b>
5.1 Modifizierte Jacobi EVD Methoden . . . . .	55
5.1.1 Approximierte Rotationen . . . . .	56
5.1.2 Faktorierte Rotationen . . . . .	61
5.1.3 Kombination der Modifikationen . . . . .	66
5.1.4 Vergleich der Methoden . . . . .	69
5.2 Modifizierte Jacobi SVD Methoden . . . . .	71
5.2.1 Approximierte Rotationen . . . . .	71
5.2.2 Faktorierte Rotationen . . . . .	76

5.2.3	Kombination der Modifikationen . . . . .	78
5.2.4	Vergleich der Methoden . . . . .	79
5.3	Zusammenfassung . . . . .	80
<b>6.</b>	<b>Parallele Jacobi Methoden für VLSI-Architekturen</b>	<b>81</b>
6.1	CORDIC Algorithmus . . . . .	82
6.2	CORDIC-basierte Jacobi EVD Methode . . . . .	84
6.2.1	CORDIC-basierte approximierte Rotation . . . . .	85
6.2.2	Berechnung von CORDIC-basierten approximierten Rotationen	85
6.2.3	Kompensation des Skalierungsfaktors . . . . .	87
6.2.4	Zusammenfassung des Algorithmus . . . . .	88
6.2.5	Diskussion des Algorithmus und numerische Beispiele . . . . .	89
6.2.6	Rückgewinnung der quadratischen Konvergenz . . . . .	91
6.3	Vergleich der Komplexität . . . . .	92
6.4	CORDIC-basierte Jacobi SVD Methode . . . . .	95
6.5	Zusammenfassung . . . . .	98
<b>7.</b>	<b>Konvergenz</b>	<b>99</b>
7.1	Globale Konvergenz . . . . .	102
7.2	Quadratische Konvergenz . . . . .	105
<b>8.</b>	<b>Anwendungen in der Signalverarbeitung</b>	<b>111</b>
8.1	Datenmatrix und Kovarianzmatrix . . . . .	112
8.2	Datenreduktion in der Bildverarbeitung . . . . .	114
8.3	Parameterschätzung . . . . .	116
8.3.1	Datenmodell . . . . .	117
8.3.2	MUSIC Algorithmus . . . . .	119
8.3.3	ESPRIT Algorithmus . . . . .	120
8.4	Systemidentifikation durch Zustandsraummodell . . . . .	124
8.4.1	Zustandsraummodell . . . . .	124
8.4.2	Strukturierte E/A-Gleichung . . . . .	125
8.4.3	Definitionen und Eigenschaften . . . . .	126
8.4.4	Identifikation des Zustandsraummodells . . . . .	128
8.5	Schritthaltende Berechnung der Unterräume . . . . .	135
8.5.1	Der SVD-Updating Algorithmus . . . . .	135
8.5.2	Modifikationen des SVD-Updating Algorithmus . . . . .	136
8.6	Weitere Anwendungen . . . . .	139
8.6.1	Adaptive Filterung . . . . .	139
8.6.2	Orthogonale Signaltransformationen . . . . .	141
<b>9.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>148</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>150</b>
	<b>Stichwortregister</b>	<b>163</b>