

A. D. Polyanin/V. F. Zaitsev

# Handbuch der linearen Differentialgleichungen

Exakte Lösungen

Aus dem Russischen von Rolf Sulanke

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	I
Vorwort zur deutschen Ausgabe . . . . .	II
Inhaltsverzeichnis . . . . .	V
Tabellenverzeichnis . . . . .	IX
Bezeichnungen . . . . .	X
<b>I Lineare gewöhnliche Differentialgleichungen</b>	<b>1</b>
<b>1 Gleichungen erster Ordnung</b>	<b>3</b>
<b>2 Gleichungen zweiter Ordnung</b>	<b>5</b>
2.1 Vorbemerkungen . . . . .	5
2.2 Gleichungen mit Potenzfunktionen . . . . .	6
2.3 Gleichungen mit Exponentialfunktionen . . . . .	49
2.4 Gleichungen mit hyperbolischen Funktionen . . . . .	57
2.5 Gleichungen mit logarithmischen Funktionen . . . . .	63
2.6 Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen . . . . .	67
2.7 Gleichungen mit trigonometrischen Umkehrfunktionen . . . . .	83
2.8 Gleichungen mit unterschiedlichen Funktionen . . . . .	90
2.9 Gleichungen mit willkürlichen Funktionen . . . . .	101
2.10 Einige Transformationen . . . . .	109
2.11 Asymptotische Lösungen . . . . .	113
2.12 Darstellung der Lösungen als Potenzreihen . . . . .	117
<b>3 Gleichungen dritter Ordnung</b>	<b>119</b>
3.1 Vorbereitende Bemerkungen . . . . .	119
3.2 Gleichungen mit Potenzfunktionen . . . . .	120
3.3 Gleichungen mit Exponentialfunktionen . . . . .	145
3.4 Gleichungen mit hyperbolischen Funktionen . . . . .	151
3.5 Gleichungen mit logarithmischen Funktionen . . . . .	164
3.6 Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen . . . . .	168
3.7 Gleichungen mit trigonometrischen Umkehrfunktionen . . . . .	185
3.8 Gleichungen mit verschiedenen Funktionen . . . . .	193
3.9 Gleichungen mit willkürlichen Funktionen . . . . .	203

<b>4</b>	<b>Gleichungen vierter Ordnung</b>	<b>215</b>
4.1	Vorbereitende Bemerkungen . . . . .	215
4.2	Gleichungen mit Potenzfunktionen . . . . .	216
4.3	Gleichungen mit Exponentialfunktionen, hyperbolischen und logarithmischen Funktionen . . . . .	225
4.4	Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen . . . . .	228
4.5	Gleichungen mit willkürlichen Funktionen . . . . .	230
4.6	Asymptotische Lösungen . . . . .	234
<b>5</b>	<b>Gleichungen höherer Ordnungen</b>	<b>235</b>
5.1	Vorbereitende Bemerkungen . . . . .	235
5.2	Gleichungen mit Potenzfunktionen . . . . .	236
5.3	Gleichungen mit Exponentialfunktionen . . . . .	244
5.4	Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen . . . . .	246
5.5	Gleichungen mit willkürlichen Funktionen . . . . .	248
5.6	Asymptotische Lösungen . . . . .	254
<b>II</b>	<b>Lineare partielle Differentialgleichungen</b>	<b>257</b>
<b>6</b>	<b>Gleichungen erster Ordnung</b>	<b>259</b>
6.1	Vorbereitende Bemerkungen . . . . .	259
6.2	Gleichungen mit Potenzfunktionen . . . . .	261
6.3	Gleichungen mit Exponentialfunktionen . . . . .	288
6.4	Gleichungen mit hyperbolischen Funktionen . . . . .	297
6.5	Gleichungen mit logarithmischen Funktionen . . . . .	301
6.6	Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen . . . . .	305
6.7	Gleichungen mit trigonometrischen Umkehrfunktionen . . . . .	314
6.8	Gleichungen mit willkürlichen Funktionen . . . . .	321
<b>7</b>	<b>Gleichungen zweiter Ordnung</b>	<b>339</b>
7.1	Einige Formeln und Bemerkungen . . . . .	339
7.1.1	Die kanonische Form partieller Differential- gleichungen mit zwei unabhängigen Variablen . . . . .	339
7.1.2	Rand- und Anfangsbedingungen . . . . .	342
7.1.3	Greensche Funktion. Struktur der Lösungen von Aufgaben mit homogenen Rand- und Anfangsbedingungen . . . . .	344
7.2	Gleichungen parabolischen Typs . . . . .	346
7.2.1	Die Wärmeleitungsgleichung $\frac{\partial w}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ . . . . .	346
7.2.2	Die Gleichung $\frac{\partial w}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \Phi(x, t)$ . . . . .	353
7.2.3	Andere Gleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	358
7.2.4	Gleichungen mit veränderlichen Koeffizienten . . . . .	365
7.2.5	Einige Formeln und Transformationen . . . . .	379

7.3	Gleichungen hyperbolischen Typs . . . . .	382
7.3.1	Die Gleichung der schwingenden Saite $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ . . . . .	382
7.3.2	Die Gleichung $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \Phi(x, t)$ . . . . .	386
7.3.3	Andere Gleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	387
7.3.4	Gleichungen mit veränderlichen Koeffizienten . . . . .	395
7.3.5	Einige Formeln und Transformationen . . . . .	411
7.4	Gleichungen elliptischen Typs . . . . .	412
7.4.1	Die Laplacesche Gleichung $\Delta w = 0$ . . . . .	412
7.4.2	Die Poissonsche Gleichung $\Delta w + \Phi(x) = 0$ . . . . .	427
7.4.3	Die Helmholtzsche Gleichung $\Delta w + \lambda w = \Phi(x)$ . . . . .	433
7.4.4	Der Laplacesche Operator in orthogonalen krummlinigen Koordinaten . . . . .	449
<b>Anhänge</b>		<b>455</b>
<b>A Eigenschaften elementarer Funktionen</b>		<b>455</b>
A.1	Trigonometrische Funktionen . . . . .	455
A.2	Hyperbolische Funktionen . . . . .	460
A.3	Trigonometrische Umkehrfunktionen . . . . .	463
A.4	Hyperbolische Umkehrfunktionen . . . . .	466
A.5	Einige Symbole und Koeffizienten . . . . .	467
<b>B Eigenschaften spezieller Funktionen</b>		<b>469</b>
B.1	Die Gammafunktion . . . . .	469
B.2	Besselsche Funktionen $J_\nu(x)$ und $Y_\nu(x)$ . . . . .	470
B.3	Modifizierte Besselsche Funktionen $I_\nu(x)$ und $K_\nu(x)$ . . . . .	473
B.4	Ausgeartete hypergeometrische Funktionen . . . . .	476
B.5	Die hypergeometrische Funktion . . . . .	479
B.6	Die Legendreschen Funktionen . . . . .	480
<b>Literatur</b>		<b>484</b>
<b>Index</b>		<b>487</b>