

Signaltheorie

Von Dr.-Ing. habil. Alfred Mertins
Technische Universität Hamburg-Harburg

Mit 101 Bildern



B. G. Teubner Stuttgart 1996

Inhaltsverzeichnis

1	Signale und Signorräume	1
1.1	Signorräume	2
1.2	Grundbegriffe der Systemtheorie	8
1.3	Zufällige Signale	11
1.3.1	Eigenschaften von Zufallsvariablen	12
1.3.2	Zufallsprozesse	13
1.3.3	Transformation stochastischer Prozesse durch lineare Systeme	17
1.4	Integraltransformationen	18
1.5	Hilbert-Transformation	24
1.6	Repräsentation von Bandpaßsignalen	26
2	Diskrete Transformationen	35
2.1	Einführung	36
2.2	Orthogonale Reihenentwicklungen	37
2.2.1	Berechnung des Repräsentanten	37
2.2.2	Orthogonale Projektion	38
2.2.3	Gram-Schmidtsches Orthonormalisierungsverfahren	39
2.2.4	Das Parsevalsche Theorem	40
2.2.5	Vollständige, orthonormale Funktionensysteme	40
2.3	Signalabhängige Transformationen	42
2.3.1	Zeitkontinuierliche Karhunen-Loève-Transformation	42
2.3.2	Diskrete Karhunen-Loève-Transformation	44
2.3.3	KL-Transformation reellwertiger AR(1)-Prozesse	49
2.3.4	Whitening-Transformation	50
2.4	Signalunabhängige Transformationen	52
2.4.1	Beispiele vollständiger, orthonormaler Funktionensysteme	52
2.4.2	Hadamard- und Walsh-Hadamard-Transformation	55
2.4.3	Diskrete Fourier-Transformation	56
2.4.4	Diskrete Cosinus-Transformation	58

2.5	Allgemeine Reihenentwicklungen	59
2.5.1	Berechnung des Repräsentanten	60
2.5.2	Orthogonale Projektion	63
2.5.3	Orthogonale Projektion von N-Tupeln	65
2.6	Mathematische Hilfsmittel	67
2.6.1	QR-Zerlegung	67
2.6.2	Die Moore-Penrose-Pseudoinverse	68
2.6.3	Householder-Transformationen	70
2.6.4	Givens-Rotationen	73
2.7	Zweidimensionale Transformationen	75
3	Filterbänke	79
3.1	Zwei-Kanal-Filterbänke mit kritischer Abtastung	80
3.1.1	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang	80
3.1.2	Matrizendarstellung	82
3.1.3	Filterbänke mit perfekter Rekonstruktion	83
3.1.4	Zusammenhang zwischen den Analyse- und Synthesefiltern bei perfekter Rekonstruktion	84
3.1.5	Analyse und Synthese mit FIR-Filtern	85
3.1.6	Polyphasenzerlegung	86
3.1.7	Paraunitäre Zwei-Kanal-Filterbänke	89
3.1.8	Paraunitäre Filterbank in Lattice-Struktur	92
3.1.9	Paraunitäre Filterbänke mit mittelwertfreiem Hochpaßfilter	93
3.1.10	Linearphasige Filterbank in Lattice-Struktur	94
3.1.11	Filterentwurf durch Vorgabe von Koeffizienten	95
3.2	Allgemeine M-Kanal-Filterbänke	97
3.2.1	Filterung und Abtastratenumsetzung	97
3.2.2	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang einer M-Kanal- Filterbank	99
3.2.3	Beschreibung im Zeitbereich	99
3.2.4	Polyphasendarstellung	103
3.2.5	Paraunitäre Filterbänke	105
3.2.6	Beschreibung mit Block-Faltungsmatrizen	105
3.3	Modulierte Filterbänke	107
3.4	Transmultiplexer-Filterbänke	112
3.5	Teilbandverarbeitung endlich langer Signale und zeitvariante Fil- terbänke	114
3.5.1	Kompakte Verarbeitung endlich langer Signale	114
3.5.2	Zeitvariante Filterbänke	125
3.6	Zweidimensionale Filterbänke	129

4	Kurzzeit-Fourier-Transformation	133
4.1	Transformation analoger Signale	134
4.1.1	Definition	134
4.1.2	Zeit-Frequenz-Fenster	135
4.1.3	Integrale Rücktransformation	137
4.1.4	Diskrete Rücktransformation	138
4.2	Transformation zeitdiskreter Signale	139
5	Wavelet-Transformation	143
5.1	Definition und Eigenschaften der Wavelet-Transformation	143
5.2	Wavelets für die Zeit-Skalen-Analyse	147
5.3	Integrale und semidiskrete Rücktransformation	150
5.3.1	Integrale Rücktransformation	150
5.3.2	Semidiskrete, dyadische Wavelets	152
5.4	Wavelet-Reihen	156
5.4.1	Dyadische Abtastung	156
5.4.2	Aufteilung von Oktaven in Teilbänder	158
5.5	Dyadische Wavelet-Reihen und Multiraten-Filterung	160
5.5.1	Das Konzept der Mehrfach-Auflösung	160
5.5.2	Signalanalyse durch Multiraten-Filterung	164
5.5.3	Signalrekonstruktion durch Multiraten-Filterung	166
5.5.4	Beziehungen zwischen den Filtern	167
5.5.5	Dualität	170
5.6	Konstruktion von Wavelets durch Vorgabe von Filterkoeffizienten	171
5.6.1	Allgemeine Vorgehensweise	171
5.6.2	Anforderungen an die Koeffizienten	175
5.6.3	Eine Eigenschaft von Skalierungsfunktionen	176
5.6.4	Die Norm konstruierter Skalierungsfunktionen und Wavelets	177
5.6.5	Regularität	177
5.6.6	Wavelets mit endlicher Zeitdauer	178
5.6.7	Daubechies-Wavelets	180
5.7	Wavelet-Transformation zeitdiskreter Signale	183
5.7.1	Der À-Trous-Algorithmus	184
5.7.2	Übereinstimmung des Mallat- und des À-Trous-Algorithmus	187
5.7.3	Zeitdiskretes Morlet-Wavelet	189
6	Zeit-Frequenz-Verteilungen	191
6.1	Ambiguitätsfunktion	191
6.2	Wigner-Verteilung	195
6.2.1	Definition und Eigenschaften	195
6.2.2	Beispiele	199

6.2.3	Kreuzterme und Kreuz-Wigner-Verteilungen	200
6.2.4	Einfluß linearer Operationen	204
6.3	Allgemeine Zeit-Frequenz-Verteilungen	205
6.3.1	Verschiebungsinvariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	205
6.3.2	Beispiele für verschiebungsinvariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	208
6.3.3	Affin-invariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	214
6.3.4	Zeitdiskrete Berechnung von Zeit-Frequenz-Verteilungen	215
6.4	Wigner-Ville-Spektrum	217
7	Signalerkennung	225
7.1	Binäre Detektion	225
7.1.1	Bayes-Detektor	226
7.1.2	Maximum-a-posteriori- und Maximum-Likelihood-Detektion	230
7.1.3	Detektion in additiven Störungen	230
7.1.4	Neyman-Pearson-Test	233
7.1.5	Detektion in additiven, gaußschen Störungen	234
7.2	Entscheidung zwischen M Hypothesen	237
7.3	Ergänzungen	238
7.4	Maximum-Likelihood-Detektion von Datensequenzen	239
7.4.1	Modell	239
7.4.2	Ideales System	239
7.4.3	Übertragung über nichtideale Kanäle	242
8	Parameter- und Signalschätzung	247
8.1	Maximum-a-posteriori-Schätzung	248
8.2	Maximum-Likelihood-Schätzung	250
8.3	Eigenschaften von Schätzverfahren	252
8.3.1	Erwartungstreue	252
8.3.2	Minimale Varianz von Schätzwerten	252
8.3.3	Wirksamkeit	254
8.4	Lineare Schätzverfahren	256
8.4.1	Lineare, erwartungstreue Schätzungen	256
8.4.2	Lineare Schätzungen mit minimalem quadratischem Fehler	259
8.5	Nichtlineare Regression	266
8.6	Lineare Optimalfilter	269
8.6.1	Wiener-Filter	269
8.6.2	Lineare Prädiktion um einen Schritt	272
8.6.3	Filterentwurf auf der Basis endlicher Datenensembles	275

Anhang	279
A.1 Vektorräume	279
A.2 Lineare Funktionale	280
A.3 Lineare Transformationen und Operatoren	282
A.4 Die Unschärferelation	284
A.5 Signalstatistik in Multiraten-Filterbänken	286
A.6 Verbunddichte gaußscher Zufallsvariablen	291
A.7 Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen	294
 Literaturverzeichnis	 297
 Sachverzeichnis	 309