

**Berichte aus der Mathematik**

**Walter Sievers**

**Bootstrap-Inferenzverfahren**

**Shaker Verlag  
Aachen 1998**

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>v</b>
<b>Notationen</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Idee und Formen von Bootstrap-Verfahren</b>	<b>1</b>
1.1 Das Konzept	1
1.2 Bootstrap-Verfahren für Konfidenzintervalle	6
1.3 Zentraler Grenzwertsatz und Bootstrap-Verteilung	10
1.4 Edgeworth-Entwicklungen und Bootstrap-Verfahren	17
1.4.1 Edgeworth-Entwicklung einer Bootstrap-Verteilung	17
1.4.2 Edgeworth-Entwicklungen und Bootstrap-Verfahren für einen Mittelwert	21
1.5 Likelihood-basierte und Bootstrap-Konfidenzintervalle	24
1.6 Überdeckungswahrscheinlichkeit und Länge eines Konfidenzintervalls	26
<b>2 Methoden und verwendete Verteilungen</b>	<b>33</b>
2.1 Verwendete Verteilungen	33
2.2 Anzahl der Bootstrap-Stichproben	35
2.3 Anzahl der Simulationsdurchgänge	39
2.4 'Exakte Grenzen'	41
2.5 Erzeugung korrelierender Zufallsvektoren	41
<b>3 Auf Lokationsmaße bezogene Verfahren</b>	<b>43</b>
3.1 Auf das arithmetische Mittel bezogene Verfahren	43
3.1.1 Konfidenzintervalle für $\theta = \mu$	43
(a) Gleiche Varianzen	43
(b) Ungleiche Varianzen	50
3.1.2 Konfidenzintervalle für $\theta = \delta = \mu_1 - \mu_2$	59
(a) Gleiche Varianzen	61
(b) Ungleiche Varianzen	65
3.1.3 Akzeptanz-Bereiche für $g$ -Gruppen-Mittelwertsvergleiche	71
(a) Gleiche Varianzen	74

	(b) Ungleiche Varianzen . . . . .	79
	(c) Güte (Power) . . . . .	91
	(d) Beispiele . . . . .	93
3.2	Auf den Median bezogene Verfahren . . . . .	94
3.2.1	Konfidenzintervalle für den Median . . . . .	97
3.2.2	Konfidenzintervalle für die Differenz zweier Mediane. Unabhängige Stichproben . . . . .	103
	(a) Gleiche Varianzen . . . . .	103
	(b) Ungleiche Varianzen . . . . .	107
3.2.3	Konfidenzintervalle für die Differenz zweier Mediane. Abhängige Stichproben . . . . .	114
3.3	Differenz von arithmetischem Mittel und Median . . . . .	116
3.4	Verfahren unter Verwendung von mittleren Spannweiten . . . . .	119
3.4.1	Mittlere Spannweite . . . . .	119
3.4.2	Mittlere Quasi-Spannweite . . . . .	121
3.5	Konfidenzintervalle für das geometrische Mittel . . . . .	126
<b>4</b>	<b>Auf Dispersionsmaße bezogene Verfahren . . . . .</b>	<b>129</b>
4.1	Auf die Varianz bezogene Verfahren . . . . .	129
4.1.1	Konfidenzintervalle für $\theta = \sigma^2$ . . . . .	129
	(a) Der Erwartungswert $\mu$ ist unbekannt . . . . .	129
	(b) Der Erwartungswert $\mu$ ist bekannt . . . . .	138
4.1.2	Akzeptanz-Bereiche für $\theta = \sigma_1^2/\sigma_2^2$ . . . . .	141
4.1.3	Akzeptanz-Bereiche für den Vergleich der Varianzen in $g$ Gruppen . . . . .	144
4.2	Dispersionsmaße unter Verwendung von absoluten Abweichungen . . . . .	151
4.2.1	Konfidenzintervalle für $\theta = \text{MAB} = E(X - Q_{50}(X))$ . . . . .	151
4.2.2	Konfidenzintervalle für $\theta = \text{MedAB} = Q_{50}\{ X - Q_{50}(X) \}$ . . . . .	156
4.3	Dispersionsmaße unter Verwendung von Quantilen . . . . .	160
<b>5</b>	<b>Verfahren, die auf sonstigen Funktionen von Momenten einer Verteilung beruhen . . . . .</b>	<b>167</b>
5.1	Variations-Koeffizient . . . . .	167
5.1.1	Konfidenzintervalle für $\theta = V = \sigma/\mu$ . . . . .	167
5.1.2	Konfidenzintervalle für $\theta = \sigma_1/\mu_1 - \sigma_2/\mu_2$ . . . . .	170
5.2	Konfidenzintervalle für das Schiefe-Maß $\theta = \sqrt{\beta_1} = \sqrt{\mu_3/\sigma^3}$ . . . . .	174
5.3	Konfidenzintervalle für das Wölbungs-Maß $\theta = \beta_2 = \mu_4/\sigma^4$ . . . . .	180
5.4	Konfidenzintervalle für das Verhältnis zweier Mittelwerte, $\theta = \mu_1/\mu_2$ . . . . .	186

<b>6</b>	<b>Auf Korrelations-Koeffizienten bezogene Verfahren . . . . .</b>	<b>191</b>
6.1	Auf den 'gewöhnlichen' Produkt-Moment-Korrelations-Koeffizienten bezogene Verfahren . . . . .	191
6.1.1	Konfidenzintervalle für $\theta = \rho$ . . . . .	191
6.1.2	Konfidenzintervalle für $\theta = \rho_1 - \rho_2$ . . . . .	197
	(a) Die Koorelationen sind gleich; $\theta = \rho_1 - \rho_2 = 0$ . . . . .	197
	(b) Die Korrelationen sind ungleich; $\theta = \rho_1 - \rho_2 = \Delta$ . . . . .	199
6.1.3	Konfidenzintervalle für $\theta = \rho^2$ . . . . .	199
6.2	Der punkt-biseriale Korrelations-Koeffizient . . . . .	202
	(a) $\rho_{pb} = 0$ . . . . .	203
	(b) $\rho_{pb} \neq 0$ . . . . .	205
<b>7</b>	<b>Lineare Regression . . . . .</b>	<b>207</b>
7.1	Das einfache lineare Regressionsmodell: $\theta = \beta_{Y,X}$ . . . . .	207
7.1.0	Das Modell . . . . .	207
7.1.1	Die $\epsilon_i$ sind unabhängig und identisch verteilt . . . . .	209
	(a) $X$ ist fixiert . . . . .	209
	(b) $X$ ist eine Zufallsstichprobe aus einer Verteilung . . . . .	209
7.1.2	Die $\epsilon_i$ sind unabhängig, aber nicht identisch verteilt . . . . .	213
7.1.3	$\beta_{Y,X}$ ist nicht erwartungstreu . . . . .	232
7.1.4	Prüfen einer Hypothese über $\beta_{Y,X}$ . . . . .	234
7.1.5	Diskussion der Befunde . . . . .	235
7.2	Differenz zweier Regressions-Koeffizienten: $\theta = \beta_1 - \beta_2$ . . . . .	237
7.2.1	Unabhängige Stichproben . . . . .	237
	(a) Die $\epsilon_{ji}$ sind identisch verteilt . . . . .	239
	(b) Die $\epsilon_{ji}$ sind identisch verteilt, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ . . . . .	241
	(c) Die $\epsilon_{ji}$ sind nicht identisch verteilt . . . . .	249
	(a) Die $\epsilon_{ji}$ sind nicht identisch verteilt, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ . . . . .	249
8	Konfidenzband einer nichtparametrischen Regressionsfunktion . . . . .	255
<b>9</b>	<b>Multivariate Verfahren . . . . .</b>	<b>261</b>
9.1	Akzeptanz-Bereiche für Hotellings $T^2$ -Test . . . . .	261
9.1.1	Gleiche Kovarianz-Matrizen . . . . .	261
9.1.2	Ungleiche Kovarianz-Matrizen . . . . .	264
9.2	Test auf Gleichheit von $g$ Kovarianz-Matrizen . . . . .	267
9.3	Konfidenzintervall für einen Eigenwert . . . . .	271
9.3.1	Konfidenzintervall für den größten Eigenwert einer Korrelations-Matrix . . . . .	271

9.3.2	Konfidenzintervall für den größten Eigenwert einer Kovarianz-Matrix . . . . .	272
<b>Literatur</b>	. . . . .	<b>279</b>
<b>Namenverzeichnis</b>	. . . . .	<b>287</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	. . . . .	<b>289</b>