

- Dominique Foata
- Aimé Fuchs

---

# Wahrscheinlichkeits- rechnung

---

Aus dem Französischen von Volker Strehl

Birkhäuser Verlag  
Basel · Boston · Berlin

## INHALTSVERZEICHNIS

<b>Vorwort zur deutschen Ausgabe</b> .....	ix
<b>Liste der benutzten Symbole</b> .....	xii
<b>KAPITEL 1. Die Sprache der Wahrscheinlichkeiten</b> .....	1
Ein Beispiel. Das fundamentale Tripel. Unendliche Folgen von Ereignissen. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 2. Ereignisse</b> .....	9
Algebren. $\sigma$ -Algebren. Dynkin-Systeme. Monotone Klassen. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 3. Wahrscheinlichkeitsräume</b> .....	19
Wahrscheinlichkeitsmasse. Eigenschaften. Die Formel von Poincaré und die Ungleichung von Boole. Weitere Eigenschaften. Binomialidentitäten. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 4. Diskrete Wahrscheinlichkeiten. Abzählungen</b> .....	31
Diskrete Wahrscheinlichkeiten. Gleichverteilung auf endlichen Räumen. Endliche Mengen. Klassische Abzählformeln. Das Spiegelungsprinzip. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 5. Zufallsvariable</b> .....	53
Inverse Abbildungen. Messbare Funktionen. Zufallsvariable. Die Verteilung einer Zufallsvariablen. Die Verteilungsfunktion einer reellen Zufallsvariablen. Die Punktgewichte und die Unstetigkeiten der Verteilungsfunktion. Von einer Zufallsvariable erzeugte $\sigma$ -Algebra. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 6. Bedingte Wahrscheinlichkeit. Unabhängigkeit</b> .....	65
Bedingte Wahrscheinlichkeit. Vollständige Systeme von Ereignissen. Systeme von bedingten Wahrscheinlichkeiten. Unabhängige Ereignisse. Unabhängigkeit von Familien von Ereignissen. Unabhängige Zufallsvariable. Ergänzungen und Übungen.	

<b>KAPITEL 7. Diskrete Zufallsvariable. Gebräuchliche Verteilungen</b> .....	81
Diskrete Zufallsvariable. Die Binomialverteilung. Die Hypergeometrische Verteilung. Die Geometrische Verteilung. Die Poisson-Verteilung. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 8. Erwartungswerte. Charakteristische Werte</b> .....	97
Transformation von Zufallsvariablen. Unabhängigkeit. Faltung von diskreten Verteilungen. Erwartungswert. Momente. Kovarianz. Der lineare Korrelationskoeffizient. Die Ungleichung von Tchebychev. Momentenungleichungen im endlichen Fall. Median. Minimale mittlere Abweichung. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 9. Erzeugende Funktionen</b> .....	121
Definitionen. Eigenschaften. Summen von Zufallsvariablen. Der Stetigkeitssatz. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 10. Stieltjes-Lebesgue-Masse. Integrale von reellen Zufallsvariablen</b> .....	137
Masse. Stieltjes-Lebesgue-Masse auf der reellen Geraden. Von einer Verteilungsfunktion induziertes Wahrscheinlichkeitsmass, Stieltjes-Lebesgue-Masse auf dem $\mathbb{R}^n$ . Reelle Zufallsvariable. Integral einer reellen Zufallsvariablen bezüglich eines Masses. Beispiele. Eigenschaften des Integrals. Konvergenzsätze. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 11. Erwartungswerte. Absolut stetige Verteilungen</b> .....	155
Erwartungswert einer Zufallsvariablen. Produkte von Wahrscheinlichkeitsmassen und der Satz von Fubini. Lebesgue-Integral. Absolut stetige Verteilungen. Die drei Typen von Verteilungsfunktionen. Faltung. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 12. Zufallsvektoren. Bedingte Erwartungswerte. Normalverteilung</b> .....	169
Definitionen und erste Eigenschaften. Absolut-stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Dichten. Bedingte Verteilungen, bedingte Erwartungswerte, Regression. Rechenregeln für bedingte Erwartungen. Die zweidimensionale Normalverteilung. Ergänzungen und Übungen.	

<b>KAPITEL 13. Erzeugende Funktionen der Momente.</b>	
<b>Charakteristische Funktionen</b> .....	191
Einführung. Elementare Eigenschaften. Momente. Charakteristische Funktion. Die zweite charakteristische Funktion. Erzeugende Funktion und charakteristische Funktion eines Zufallsvektors. Die fundamentale Eigenschaft. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 14. Die wichtigsten (absolut stetigen)</b>	
<b>Wahrscheinlichkeitsverteilungen</b> .....	211
Die Gleichverteilung auf $[0, 1]$ . Die Gleichverteilung auf $[a, b]$ . Die Normalverteilung oder Gauss-(Laplace)-Verteilung. Die log-normale Verteilung. Die Exponentialverteilung. Die (erste) Laplace-Verteilung. Die Cauchy-Verteilung. Die Gamma-Verteilung. Die Beta-Verteilung. Die Arcussinus-Verteilungen. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 15. Verteilungen von Funktionen einer</b>	
<b>Zufallsvariablen</b> .....	233
Eindimensionaler Fall. Zweidimensionaler Fall. Verteilung einer Funktion von zwei Zufallsvariablen. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 16. Stochastische Konvergenz</b> .....	245
Konvergenz in der Verteilung. Konvergenz in der Wahrscheinlichkeit. Konvergenz im Mittel der Ordnung $r > 0$ . Fast-sichere Konvergenz. Vergleich der Konvergenzbegriffe. Verteilungskonvergenz für ganzzahlige und für absolut-stetige Zufallsvariablen. Verteilungskonvergenz und fast-sichere Konvergenz. Die Verteilungskonvergenz aus funktionaler Sicht. Der Satz von Paul Lévy. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 17. Gesetze der grossen Zahlen</b> .....	269
Das schwache Gesetz der grossen Zahlen. Das starke Gesetz der grossen Zahlen. Die Lemmata von Borel-Cantelli. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 18. Zentrale Rolle der Normalverteilung.</b>	
<b>Zentraler Grenzwertsatz</b> .....	281
Historischer Abriss. Der zentrale Grenzwertsatz. Der zentrale Grenzwertsatz und die Formel von Stirling. Der Satz von Lindeberg. Eine Ergänzung zum Satz von Lindeberg-Lévy. Der Satz von Liapunov. Ergänzungen und Übungen.	

<b>KAPITEL 19. Gesetz vom iterierten Logarithmus</b> .....	297
Notation und vorbereitende Lemmata. Zwischenresultate. Das Gesetz vom iterierten Logarithmus. Ergänzungen und Übungen.	
<b>KAPITEL 20. Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> .....	305
Das Problem der "rencontres" — noch einmal. Ein Stopzeiten-Problem. Weiterleitung von Nachrichten in einer Hierarchie. Kettenbrüche. Eine Anwendung der Formel von Bernstein. Das Diffusionsmodell von Ehrenfest. Auf der Einheitssphäre des $\mathbb{R}^n$ gleichverteilte Zufallsvektoren. Ein Problem der geometrischen Wahrscheinlichkeit.	
<b>Lösungen der Übungsaufgaben</b> .....	331
<b>Index</b> .....	379