

Christoph Meinel, Martin Mundhenk

Mathematische Grundlagen der Informatik

Mathematisches Denken und Beweisen

Eine Einführung

2., durchgesehene Auflage



B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig · Wiesbaden

Inhalt

Einleitung	11
I Grundlagen	17
1 Aussagen	19
1.1 Definition und Beispiele	19
1.2 Verknüpfungen von Aussagen	21
1.3 Tautologie und Kontradiktion	27
1.4 Aussageformen	31
1.5 Aussagen mit Quantoren	32
2 Mengen und Mengenoperationen	36
2.1 Mengen	36
2.2 Gleichheit von Mengen	39
2.3 Komplementäre Mengen	41
2.4 Die leere Menge	42
2.5 Teilmenge und Obermenge	43
2.6 Potenzmenge und Mengenfamilien	45
2.7 Vereinigung, Durchschnitt und Differenz von Mengen	47
2.8 Produkt von Mengen	52
2.9 Weitere Rechenregeln für Mengenoperationen	55
3 Mathematisches Beweisen	58

4	Relationen	63
4.1	Definition und erste Beispiele	63
4.2	Operationen auf Relationen	67
4.3	Wichtige Eigenschaften von Relationen	71
4.4	Äquivalenzrelationen und Klasseneinteilung	74
4.5	Rechnen mit Äquivalenzrelationen	80
4.6	Halbordnungsrelationen	83
5	Abbildungen und Funktionen	89
5.1	Definition und erste Beispiele	89
5.2	Surjektive, injektive und bijektive Abbildungen	94
5.3	Folgen und Mengenfamilien	100
5.4	Kardinalität von Mengen	103
	Quellen und weiterführende Literatur	108
II	Techniken	109
6	Grundlegende Beweisstrategien	111
6.1	Direkter Beweis	112
6.2	Beweis durch Kontraposition	114
6.3	Widerspruchs-Beweis	115
6.4	Äquivalenzbeweis	116
6.5	Beweis durch Fallunterscheidung	117
6.6	Beweis atomarer Aussagen	119
6.7	Beweis von Aussagen mit Quantoren	120
6.8	Kombinatorischer Beweis	123
7	Vollständige Induktion	127
7.1	Idee der vollständigen Induktion	128
7.2	Beispiele für Induktionsbeweise	129
7.3	Struktur von Induktionsbeweisen	132
7.4	Verallgemeinerte vollständige Induktion	134
7.5	Induktive Definitionen	135

8	Zählen	143
8.1	Grundlegende Zählprinzipien	143
8.2	Kombinationen, Permutationen und Binomialkoeffizienten	149
8.3	Rechnen mit Binomialkoeffizienten	154
9	Diskrete Stochastik	164
9.1	Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeiten	164
9.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	172
9.3	Zufallsvariablen	174
9.4	Binomial-Verteilung und geometrische Verteilung	180
	Quellen und weiterführende Literatur	184
III	Strukturen	187
10	Boole'sche Algebra	189
10.1	Schaltfunktionen und Ausdrücke	189
10.2	Definition der Boole'schen Algebra	195
10.3	Beispiele Boole'scher Algebren	198
10.4	Eigenschaften Boole'scher Algebren	204
10.5	Halbordnungen in einer Boole'schen Algebra	208
10.6	Atome	211
10.7	Normalformen für Boole'sche Ausdrücke	214
10.8	Minimierung Boole'scher Ausdrücke	217
10.9	Der Isomorphie-Satz	219
10.10	Schaltkreis-Algebra	223
11	Graphen und Bäume	231
11.1	Grundbegriffe	232
11.2	Wege und Kreise in Graphen	239
11.3	Graphen und Matrizen	245
11.4	Isomorphismen auf Graphen	252
11.5	Bäume	255

12	Aussagenlogik	262
12.1	Boole'sche Algebra und Aussagenlogik	262
12.2	Normalformen	267
12.3	Erfüllbarkeitsäquivalente Formeln	269
12.4	Unerfüllbare Klauselmengen	274
12.5	Erfüllbarkeit von Hornklauseln	278
12.6	Resolution	281
12.7	Klauselmengen in 2KNF	289
	Quellen und weiterführende Literatur	292
	Index	294