

Bernhard E. Schönung

# Numerische Strömungsmechanik

Inkompressible Strömungen mit  
komplexen Berandungen

Mit 101 Abbildungen

Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York London  
Paris Tokyo Hong Kong Barcelona 1990

# Inhaltsverzeichnis

## TEIL A

	Seite
1. EINLEITUNG	1
1.1 Stand und Entwicklung der numerischen Strömungsmechanik	1
1.2 Ziele und Gliederung der vorliegenden Arbeit	6
2. STRÖMUNGSMECHANISCHE PARTIELLE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN	8
2.1 Erhaltungsgleichungen	8
2.2 Berechnung turbulenter Strömungen	10
2.3 Berechnung von kompressiblen und inkompressiblen Strömungen	13
2.4 Wahl der abhängigen Variablen	16
3. FORM DER ERHALTUNGSGLEICHUNGEN	20
3.1 Vereinfachungen der Navier-Stokes-Gleichungen	20
3.1.1 Dimensionsmäßige Vereinfachungen	20
3.1.2 Komponentenmäßige Vereinfachungen	22
3.2 Koordinatensysteme	25
3.3 Erhaltungsgleichungen in allgemeinen nicht-orthogonalen Koordinaten	28

## TEIL B

4. NUMERISCHE METHODEN ZUR LÖSUNG DER NAVIER-STOKES-GLEICHUNGEN	36
4.1 Problemstellung und spezielle Lösungsmethoden	36
4.2 Finite-Differenzen-, Finite-Volumen- und Finite-Analytische Verfahren	42
4.3 Finite-Element Verfahren	46
4.3.1 Prinzip der Finiten-Element Verfahren	47
4.3.2 Komponenten eines Finite-Element Verfahrens	51
4.4 Vergleich zwischen Finite-Element- und Finite-Volumen Verfahren	57

5.	DISKRETISIERUNG DES BERECHNUNGSGEBIETS	64
5.1	Festlegung des Lösungsgebiets	64
5.2	Gittergenerierung	67
5.2.1	Gittertopologie und Anforderungen an ein numerisches Gittergenerierungs-Verfahren	67
5.2.2	Klassische konforme Abbildungen	74
5.2.3	Algebraische Gittergenerierung	77
5.2.4	Differentielle Gittergenerierung	82
5.2.5	Vergleich algebraischer und differentieller Generierungsverfahren	91
5.3	Adaptive Gitter	92
6.	ANORDNUNG DER VARIABLEN	100
7.	DISKRETISIERUNG DER DIFFERENTIALGLEICHUNGEN	114
7.1	Grundlagen der Diskretisierung	114
7.2	Räumliche Diskretisierung	121
7.2.1	Offene Differenzenschemata	121
7.2.2	Kompakte und lokal analytische Differenzenschemata; Lagrange Methoden	132
7.2.3	Diskretisierungsverfahren bei der Verwendung allgemeiner, krummliniger Koordinaten; Behandlung der Quellterme	138
7.2.4	Vergleich verschiedener Differenzenschemata	142
7.3	Zeitliche Diskretisierung	147
7.4	Vorgabe der Randbedingungen	153
8.	GEKOPPELTE UND ENTKOPPELTE BERECHNUNGSVERFAHREN	159
8.1	Gekoppelte Berechnungsverfahren	160
8.2	Entkoppelte Berechnungsverfahren	168
8.2.1	Verfahren mit künstlicher Kompressibilität	169
8.2.2	Verfahren, bei denen eine Gleichung zur Bestimmung des Druckfeldes gelöst wird	172
8.2.3	Verfahren, bei denen eine Druckkorrekturgleichung gelöst wird	173
8.3	Vergleich gekoppelter und entkoppelter Berechnungsverfahren	183

9.	LÖSUNG ALGEBRAISCHER GLEICHUNGSSYSTEME	185
9.1	Direkte und iterative Lösungsverfahren	185
9.1.1	Direkte Verfahren zur Lösung algebraischer Gleichungssysteme	187
9.1.2	Iterative Verfahren zur Lösung algebraischer Gleichungssysteme	190
9.1.3	Konjugierte Gradientenmethoden	198
9.2	Mehrgittermethoden	203
9.2.1	Grundlagen von Mehrgittermethoden	203
9.2.2	Mehrgitter-Verfahren zur Lösung der strömungsmechanischen Erhaltungsgleichungen	213
9.3	Einsatz von Vektor- und Parallelrechnern	221

### TEIL C

10.	DREIDIMENSIONALES BERECHNUNGSVERFAHREN FÜR ALLGEMEINE KRUMMLINIGE KOORDINATEN	231
10.1	Aufgabenstellung und Auswahl der Komponenten	231
10.2	Beschreibung des numerischen Berechnungsverfahrens	234
10.2.1	Gittererzeugungsverfahren	234
10.2.2	Lösungsverfahren für die strömungsmechanischen Erhaltungsgleichungen	237
11.	BEISPIELE ZWEI- UND DREIDIMENSIONALER STRÖMUNGSBERECHNUNGEN	245
11.1	Zweidimensionale Strömungsberechnungen	245
11.2	Dreidimensionale Strömungsberechnungen	255
12.	ZUSAMMENFASSUNG UND SCHLUSSFOLGERUNGEN	274
	LITERATURVERZEICHNIS	280
	SACHVERZEICHNIS	306