

Jörn Schmelzer

Repetitorium der klassischen theoretischen Physik

Theoretische Mechanik, Elektrodynamik
und Thermodynamik

Formelsammlung, wesentliche Resultate
und Kontrollfragen

Mit 91 Abbildungen, Aufgaben und
Lösungshinweisen



AULA-Verlag Wiesbaden

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkung	1
I Theoretische Mechanik	1
1 Kinematik des Massenpunktes	3
1.1 Ziel und Grundvoraussetzungen für die Beschreibung mechanischer Bewegungen	3
1.2 Mathematischer Einschub: Differentiation und Integration von Vektoren	4
1.3 Größen der Mechanik in verschiedenen Koordinatensystemen	4
2 Die Newtonschen Axiome. Das Galileische Relativitätsprinzip	7
2.1 Grundzüge der Aristotelesschen Mechanik	7
2.2 Die Newtonschen Axiome	8
2.3 Typen von Wechselwirkungen	8
2.4 Das Galileische Relativitätsprinzip. Die Galileitransformation.	9
3 Kräfte und Potentiale. Erhaltungssätze	11
3.1 Grundlegende Definitionen	11
3.2 Konservative Kräfte. Der Energieerhaltungssatz der Mechanik	11
3.3 Bilanzgleichung für den Impuls. Der Impulserhaltungssatz	12
3.4 Bilanzgleichung für den Drehimpuls. Der Drehimpulserhaltungssatz	12
4 Anwendung der Newtonschen Axiome auf die Lösung von Bewegungsproblemen	13
4.1 Prinzipielles Vorgehen	13
4.2 Mathematischer Einschub: Elemente der Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen	13
4.3 Anwendungen	14
4.3.1 Kräftefreie Bewegung	14
4.3.2 Gleichförmige Kreisbewegung	14
4.3.3 Bewegung auf der Erdoberfläche	15
4.3.4 Integration eindimensionaler Bewegungsprobleme	15
5 Bewegungen im Zentralfeld. Die Keplerschen Gesetze	17
5.1 Allgemeine Eigenschaften. Der Flächensatz.	17
5.2 Das 1. Keplersche Gesetz	17
5.3 Das 3. Keplersche Gesetz	18
5.4 Die kosmischen Geschwindigkeiten	18
5.5 Das Virialtheorem	19

6	Schwingungen	21
6.1	Quasielastische Kräfte	21
6.1.1	Oszillationen in der Umgebung von Gleichgewichtslagen	22
6.2	Harmonische Schwingungen	22
6.2.1	Allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung	22
6.2.2	Die Trajektorie eines Teilchens unter Einfluß von Federkräften	23
6.2.3	Berücksichtigung von Reibungskräften	23
6.2.4	Erzwungene Schwingungen	23
6.3	Phasenraumporträts von Oszillationen	24
6.4	Nichtharmonische Schwingungen	25
6.4.1	Beispiele	25
6.4.2	Näherungsmethoden bei Existenz kleiner Parameter.	25
6.4.3	Anwendung von Methoden der qualitativen Theorie von DGL-systemen	25
7	Bewegung in Nichtinertialsystemen	29
7.1	Trägheitskräfte in geradlinig beschleunigten Bezugssystemen	29
7.2	Trägheitskräfte in rotierenden Bezugssystemen	29
8	Mechanik eines Systems von Massenpunkten	31
8.1	Anwendung der Newtonschen Bewegungsgleichungen	31
8.2	Der Impuls eines Systems von Massenpunkten	31
8.3	Der Drehimpuls eines Systems von Massenpunkten	32
8.4	Die mechanische Energie eines Systems von Massenpunkten	32
9	Zweikörperprobleme, Stoßprozesse, Wellen	35
9.1	Präzisierung der Analyse der Planetenbewegung	35
9.2	Elastischer Stoß zweier Massen	35
9.3	Gekoppelte Schwingungen zweier Massen. Normalmoden	36
9.4	Wellen	37
9.4.1	Die ebene Welle	37
9.4.2	Die klassische Wellengleichung	38
9.4.3	Nichtlineare Wellengleichungen: Solitonen, Kinks	38
10	Nebenbedingungen und Zwangskräfte. Die Lagrangeschen Gleichungen 1. und 2. Art	41
10.1	Nebenbedingungen und Zwangskräfte, Freiheitsgrade	41
10.2	Das Prinzip der virtuellen Verrückungen	42
10.3	Lagrange Gleichungen 1.Art	43
10.4	Lagrange Gleichungen 2.Art	43
10.4.1	Größen der Mechanik in generalisierten Koordinaten	43
10.4.2	Die Lagrangeschen Gleichungen 2.Art	44
10.4.3	Anwendungsbeispiele	45
10.4.4	Die Lagrangefunktion eines geladenen Teilchens	46
10.4.5	Zyklische Koordinaten, Eigenschaften von Raum und Zeit und Erhaltungssätze	46

11 Das Hamiltonsche Prinzip. Die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen	49
11.1 Das Hamiltonprinzip	49
11.2 Die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen (kanonische Bewegungsgleichungen)	50
11.3 Anwendungsbeispiele	50
11.3.1 Die Hamiltonfunktion eines Massenpunktes in verschiedenen Koordinatensystemen (konservative Kräfte)	50
11.3.2 Mathematisches Pendel mit oszillierendem Aufhängepunkt	51
11.3.3 Die Hamiltonfunktion eines geladenen Teilchens im elektromagnetischen Feld	51
11.4 Das modifizierte Hamiltonprinzip	51
11.5 Die Poissonklammern	52
11.5.1 Definition und Eigenschaften	52
11.5.2 Berechnung spezieller Poissonklammern	52
11.5.3 Bedeutung der Poissonklammern	53
11.6 Kanonische Transformationen	53
11.6.1 Definition und Zielstellung	53
11.6.2 Erzeugende Funktionen der kanonischen Transformation	53
11.6.3 Kriterien für kanonische Transformationen	54
11.6.4 Integrale Systeme	54
11.6.5 Die Hamilton-Jacobische partielle Differentialgleichung	55
11.6.6 Winkel- und Wirkungsvariable	56
11.7 Das Liouville-Theorem	57
12 Mechanik des starren Körpers	59
12.1 Kinematik des starren Körpers	59
12.1.1 Modell und Freiheitsgrade	59
12.1.2 Die Eulerschen Winkel	59
12.1.3 Die kinematischen Eulergleichungen	60
12.2 Translation und Rotation eines starren Körpers	62
12.3 Die kinetische Energie eines starren Körpers	62
12.4 Der Drehimpuls eines starren Körpers	63
12.5 Trägheitsmomente. Der Steinersche Satz.	64
12.6 Hauptträgheitsachsen und freie Achsen	65
12.7 Das Trägheitsellipsoid	65
12.8 Methoden der Beschreibung der Bewegung eines starren Körpers	66
12.8.1 Lagrangesche Gleichungen 2.Art	66
12.8.2 Die Eulerschen Bewegungsgleichungen	67
12.9 Elemente der Theorie des Kreisels	67
12.9.1 Der kräftefreie symmetrische Kreisel	67
12.9.2 Der symmetrische Kreisel bei Wirken äußerer Kräfte	68
13 Kontrollfragen Theoretische Mechanik	69
Literatur	72
II Theoretische Elektrodynamik	75
14 Vakuumelektrostatik	77
14.1 Die elektrische Ladung und ihre Eigenschaften	77

14.2	Das Coulombsche Gesetz (1788)	77
14.3	Das elektrische Feld von Punktladungen	78
14.4	Das elektrische Feld kontinuierlicher Ladungsverteilungen	78
14.5	Die Diracsche Deltafunktion	79
14.6	Das Potential des elektrostatischen Feldes	80
14.7	Arbeit und potentielle Energie	80
14.8	Das Gauß-Theorem	81
14.9	Methoden der Berechnung elektrostatischer Felder	81
14.10	Grenz- und Randbedingungen	82
14.11	Anwendungsbeispiele	82
14.12	Dipole und Multipole. Die Multipolentwicklung des Potentials des elektrostatischen Feldes	83
14.12.1	Das Potential eines Dipols	83
14.12.2	Eigenschaften eines Dipols	84
14.12.3	Die Multipolentwicklung	84
14.13	Metalle im elektrischen Feld	85
14.13.1	Problemstellung	85
14.13.2	Allgemeine Resultate	85
14.13.3	Verallgemeinerung der Potentialgleichung	86
14.13.4	Anwendung	86
14.13.5	Begründung des Ansatzes	87
14.13.6	Die Methode der Spiegelladungen	88
14.13.7	Anwendung der Theorie komplexer Funktionen auf zweidimensionale elektrostatische Probleme	88
14.13.8	Spezielle Probleme, Resultate	89
14.14	Die Energie des elektrostatischen Feldes	90
14.14.1	Die Wechselwirkungsenergie eines Systems von Punktladungen	90
14.14.2	Die Energie des elektrostatischen Feldes	90
14.14.3	Das Earnshawtheorem	91
15	Elektrische Felder in kontinuierlichen Medien (Isolatoren)	93
15.1	Grundideen	93
15.2	Der Vektor der dielektrischen Verschiebung	94
15.3	Homogene isotrope Dielektrika (Isolatoren) in statischen Feldern	94
15.3.1	Die elektrische Suszeptibilität	94
15.3.2	Das Potential einer Punktladung vor einer ebenen Grenzfläche zwischen zwei Dielektrika (bei $y = 0$)	95
15.3.3	Eine dielektrische Kugel im homogenen Feld	96
15.4	Molekulare Mechanismen der Polarisierung	96
15.4.1	Lokale Felder. Die Clausius-Mossotti-Gleichung	96
15.4.2	Polarisierung nichtpolarer Moleküle	97
15.4.3	Orientierungspolarisation	97
15.4.4	Weitere Mechanismen	98
15.5	Die Energie des elektrischen Feldes und Kräfte in und an der Grenze von Dielektrika	98
15.5.1	Energie des elektrischen Feldes in kontinuierlichen Medien	98
15.5.2	Energieänderung bei Änderung der Dielektrizitätskonstante	98
15.5.3	Kraftwirkungen im Dielektrikum	99

16 Statische Magnetfelder und stationäre Ströme	101
16.1 Magnetische Monopole	101
16.2 Stromdichtevektor und Stromstärke	101
16.3 Das Magnetfeld stationärer Ströme	103
16.4 Das Amperesche Gesetz. Die Lorentzkraft	103
16.5 Die Definition der Stromstärke im SI-System	104
16.6 Das Vektorpotential des Magnetfeldes	104
16.6.1 Definition und Eigenschaften	104
16.6.2 Die Multipolentwicklung für das Vektorpotential	105
16.7 Methoden zur Berechnung statischer Magnetfelder	106
16.8 Spezielle Anwendungen	107
16.8.1 Das magnetische Feld zweier paralleler Leiter (Nutzung des Superpositionsprinzips)	107
16.8.2 Das Magnetfeld einer langen Spule (Superposition von Leiterschleifen)	107
16.8.3 Das magnetische Moment einer rotierenden Punktladung	107
16.8.4 Das Magnetfeld einer rotierenden Kugel mit konstanter Oberflächenladung	107
16.8.5 Das Magnetfeld eines Leiters mit konstanter Stromdichte	108
16.9 Kräfte und Drehmomente	108
16.9.1 Allgemeine Resultate	108
16.9.2 Kräfte zwischen Leitern	109
16.9.3 Das Moment der Kraft auf eine Leiterschleife	109
16.10 Zum Einfluß von kontinuierlichen Medien auf das Magnetfeld	109
16.10.1 Grundideen	109
16.10.2 Magnetische Eigenschaften von Stoffen	110
16.10.3 Das Magnetfeld einer homogen magnetisierten Kugel	111
17 Magnetische Induktion	113
17.1 Das Faradaysche Induktionsgesetz	113
17.2 Elektromagnetische Generatoren und Motoren	114
17.3 Die Energie des Magnetfeldes	114
17.3.1 Die Energie einer Stromschleife	114
17.3.2 Die Energie eines Systems von starren Stromkreisen. Symmetrie der Induktionskoeffizienten	115
17.3.3 Die Energie des Magnetfeldes	115
17.3.4 Kräfte auf magnetische Stoffe	115
17.4 Zeitlich langsam veränderliche Felder	116
17.4.1 Stromkreise mit induktivem, kapazitivem und Ohmschem Widerstand	116
17.4.2 Das Ohmsche Gesetz für Wechselstromkreise	116
17.4.3 Der Skinneffekt	117
18 Die Maxwellgleichungen und allgemeine Konsequenzen	119
18.1 Die Maxwellgleichungen	119
18.2 Die Potentiale des elektromagnetischen Feldes	119
18.3 Lagrange- und Hamiltonfunktion eines geladenen Teilchen im elektromagnetischen Feld	120
18.4 Bilanzgleichungen und Erhaltungssätze	120
18.4.1 Allgemeine Formulierung	120
18.4.2 Die Kontinuitätsgleichung für die Ladung	121
18.4.3 Die Energie des elektromagnetischen Feldes	121

18.4.4	Der Impuls des elektromagnetischen Feldes	121
19	Elektromagnetische Wellen	123
19.1	Elektromagnetische Wellen im Vakuum	123
19.2	Ebene monochromatische elektromagnetische Wellen im Vakuum	124
19.3	Polarisation ebener elektromagnetischer Wellen	125
19.4	Kugelwellen	126
19.5	Quellen zeitlich veränderlicher elektromagnetischer Felder	126
19.5.1	Retardierte und avancierte Potentiale	126
19.5.2	Die Lienard-Wiechert-Potentiale	127
19.5.3	Der Hertzsche Dipol	127
19.5.4	Weitere Anwendungen	128
20	Grundlagen der Wellenoptik	131
20.1	Elektromagnetische Wellen in homogenen isotropen Isolatoren	131
20.2	Dissipation elektromagnetischer Wellen in leitenden Medien ($\kappa \neq 0$)	133
20.3	Materialgleichungen und zeitlich veränderliche elektromagnetische Felder	133
20.4	Interferenz und Beugung	135
20.5	Licht als Teilchenstrom: Photonen	135
21	Kontrollfragen Elektrodynamik	137
	Literatur	141
III	Thermodynamik	143
22	Gegenstand, Methode und Grundbegriffe der Thermodynamik	145
22.1	Gegenstand und Methode	145
22.2	Methoden der Darstellung	146
22.3	Wärme und Temperatur: Eine vorläufige Begriffsbestimmung	146
22.4	Prinzipien der Temperaturmessung. Thermodynamische Zustandgrößen und Zustandsfunktionen. Der Nullte Hauptsatz der Thermodynamik.	148
22.5	Extensive und intensive Größen. Die Vielfalt möglicher Temperaturskalen.	149
22.6	Weitere wichtige Begriffe	149
22.7	Möglichkeit der makroskopischen Beschreibung: Thermische Zustandsgleichungen von Gasen. Ideale Gase.	150
22.8	Molekularkinetische Interpretation. Die Energie des idealen Gases	152
23	Die Hauptsätze der Thermodynamik	155
23.1	Der 1. Hauptsatz	155
23.1.1	2 Hypothesen über die Natur der Wärme	155
23.1.2	Arbeit	155
23.1.3	Grafische Darstellung quasistationärer Prozesse. Ein Beispiel.	156
23.1.4	Die Energie	158
23.1.5	Das Äquivalenzprinzip	158
23.1.6	Vollständige Differentiale und infinitesimale Größen	159
23.1.7	Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik	160
23.1.8	Erste Anwendungen	162

23.2	Der 2. Hauptsatz	163
23.2.1	Sadi Carnot über Dampfmaschinen	163
23.2.2	Der 2. Hauptsatz in der Formulierung von Carnot	165
23.2.3	Die absolute Temperaturskala	167
23.2.4	Der Carnotsche Kreisprozeß für ein ideales Gas	168
23.2.5	Reduzierte Wärme. Die Entropie.	170
23.2.6	Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik	171
23.2.7	Erste Anwendungen	173
23.3	Der 3. Hauptsatz der Thermodynamik	175
23.3.1	Formulierung des 3. Hauptsatzes	175
23.3.2	Einige Konsequenzen aus dem 3. Hauptsatz	175
23.3.3	Statistische Interpretation der Entropie. Fluktuationen. Eine alternative Formulierung des 3. Hauptsatzes	176
24	Methoden der Ableitung thermodynamischer Relationen. Thermodynamische Potentiale und ihre Eigenschaften	179
24.1	Problemstellung	179
24.2	Thermodynamische Potentiale (Massieu, Gibbs)	180
24.2.1	Die innere Energie als thermodynamisches Potential	180
24.2.2	Legendretransformationen	180
24.2.3	Der Eulersche Satz über homogene Funktionen und Konsequenzen. Die Gibbs-Duhem-Gleichung	181
24.2.4	Spezielle thermodynamische Potentiale	181
24.2.5	Eigenschaften einiger thermodynamischer Potentiale	182
24.3	Ableitung thermodynamischer Beziehungen	183
24.3.1	Anwendung des Satzes von Schwarz	183
24.3.2	Anwendung der Eigenschaften von Funktionaldeterminanten	183
24.3.3	Variablentransformationen in den Grundgleichungen	184
24.3.4	Thermodynamische Koeffizienten	184
24.3.5	Berechnung thermodynamischer Potentiale aus thermodynamischen Koeffizienten	185
25	Notwendige und hinreichende Gleichgewichtsbedingungen für thermodynamische Systeme. Das Prinzip von le Chatelier.	187
25.1	Notwendige thermodynamische Gleichgewichtsbedingungen	187
25.2	Hinreichende thermodynamische Gleichgewichtsbedingungen: Stabilität thermodynamischer Systeme	188
25.3	Konsequenzen: Die Prinzipien von le Chatelier und le Chatelier-Brown	189
26	Thermodynamik von Gasen	191
26.1	Zustandsgleichungen realer Gase	191
26.1.1	Die Zustandsgleichung von van der Waals	191
26.1.2	Weitere Zustandsgleichungen realer Gase	193
26.1.3	Das Gesetz der korrespondierenden Zustände	193
26.2	Thermodynamische Potentiale idealer Gase	194
26.2.1	Einkomponentige Systeme	194
26.2.2	Mehrkomponentige ideale Gase	195
26.2.3	Entropieänderungen bei Mischungsprozessen idealer Gase. Das Gibbssche Paradoxon.	196

26.3	Spezielle thermodynamische Prozesse in Gasen	196
26.3.1	Schallausbreitung in Gasen	196
26.3.2	Der Joule-Thomson-Effekt	197
26.3.3	Der Carnotprozeß eines Photonengases	198
27	Thermodynamik chemischer Reaktionen	199
27.1	Chemische Gleichgewichte. Die Affinität.	199
27.2	Das Massenwirkungsgesetz	200
27.3	Die Gibbssche Phasenregel und chemische Reaktionen	200
28	Kontrollfragen	201
	Literatur	203