

Inhaltsverzeichnis

Erster Teil	1
I. Einleitung	3
§1 Ein Beispiel aus der Gruppentheorie	4
§2 Ein Beispiel aus der Theorie der Äquivalenzrelationen .	6
§3 Eine erste Analyse	7
§4 Ausblick	10
II. Syntax der Sprachen erster Stufe	13
§1 Alphabete	13
§2 Das Alphabet einer Sprache erster Stufe	16
§3 Terme und Ausdrücke in Sprachen erster Stufe	18
§4 Induktion im Term- und im Ausdruckskalkül	22
§5 Freie Variablen und Sätze	29
III. Semantik der Sprachen erster Stufe	33
§1 Strukturen und Interpretationen	34
§2 Eine Normierung der umgangssprachlichen Junktoren .	38
§3 Die Modellbeziehung	39
§4 Die Folgerungsbeziehung	41
§5 Zwei Lemmata über die Modellbeziehung	49
§6 Einige einfache Symbolisierungen	54
§7 Fragen zur Symbolisierbarkeit	58
§8 Substitution	63

IV.	Ein Sequenzkalkül	71
§1	Sequenzenregeln	73
§2	Grund- und Junktorenregeln	74
§3	Ableitbare Junktorenregeln	76
§4	Quantoren- und Gleichheitsregeln	79
§5	Weitere ableitbare Regeln	81
§6	Eine Zusammenfassung. Ein Beispiel	83
§7	Widerspruchsfreiheit	86
V.	Der Vollständigkeitssatz	89
§1	Der Satz von Henkin	90
§2	Erfüllbarkeit widerspruchsfreier Ausdrucksmengen (abzählbarer Fall)	95
§3	Erfüllbarkeit widerspruchsfreier Ausdrucksmengen (allgemeiner Fall)	98
§4	Der Vollständigkeitssatz	101
VI.	Der Satz von Löwenheim und Skolem und der Endlichkeitssatz	103
§1	Der Satz von Löwenheim und Skolem	103
§2	Der Endlichkeitssatz	105
§3	Elementare Klassen	108
§4	Elementar äquivalente Strukturen	112
VII.	Zur Tragweite der ersten Stufe	117
§1	Der formale Beweisbegriff	118
§2	Mathematik im Rahmen der ersten Stufe	122
§3	Das Zermelo-Fraenkelsche Axiomensystem der Mengenlehre	128
§4	Bemerkungen zum mengentheoretischen Aufbau der Mathematik	132
VIII.	Weitere syntaktische Eigenschaften	137
§1	Definitionserweiterungen	137
§2	Relativierung	145
§3	Normalformen	147

Zweiter Teil	155
IX. Erweiterungen der Logik erster Stufe	157
§1 Die Logik zweiter Stufe	158
§2 Das System $\mathcal{L}_{\omega_1, \omega}$	164
§3 Das System \mathcal{L}_Q	170
X. Grenzen der formalen Methode	173
§1 Entscheidbarkeit und Aufzählbarkeit	175
§2 Registermaschinen	180
§3 Das Halteproblem für Registermaschinen	187
§4 Unentscheidbarkeit der Logik erster Stufe	193
§5 Der Satz von Trachtenbrot und die Unvollständigkeit der Logik zweiter Stufe	197
§6 Theorien und Entscheidbarkeit	200
§7 Selbstbezügliche Aussagen und die Gödelschen Unvoll- ständigkeitssätze	209
XI. Freie Modelle und Logik-Programmierung	219
§1 Der Satz von Herbrand	220
§2 Freie Modelle und universelle Hornausdrücke	224
§3 Herbrandstrukturen	230
§4 Aussagenlogik	233
§5 Aussagenlogische Resolution	241
§6 Resolution in der ersten Stufe (ohne Unifikation)	254
§7 Logik-Programmierung	264
XII. Eine algebraische Charakterisierung der elementaren Äquivalenz	283
§1 Endliche und partielle Isomorphie	284
§2 Der Satz von Fraïssé	291
§3 Der Beweis des Satzes von Fraïssé	293
§4 Ehrenfeucht-Spiele	301

XIII. Die Sätze von Lindström	303
§1 Logische Systeme	303
§2 Reguläre logische Systeme mit Endlichkeitssatz	307
§3 Der erste Satz von Lindström	309
§4 Der zweite Satz von Lindström	317
Literaturverzeichnis	323
Symbolverzeichnis	327