

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| Erster Teil | 1 |
| I. Einleitung | 3 |
| §1 Ein Beispiel aus der Gruppentheorie | 4 |
| §2 Ein Beispiel aus der Theorie der Äquivalenzrelationen . | 6 |
| §3 Eine erste Analyse | 7 |
| §4 Ausblick | 10 |
| II. Syntax der Sprachen erster Stufe | 13 |
| §1 Alphabete | 13 |
| §2 Das Alphabet einer Sprache erster Stufe | 16 |
| §3 Terme und Ausdrücke in Sprachen erster Stufe | 18 |
| §4 Induktion im Term- und im Ausdruckskalkül | 22 |
| §5 Freie Variablen und Sätze | 29 |
| III. Semantik der Sprachen erster Stufe | 33 |
| §1 Strukturen und Interpretationen | 34 |
| §2 Eine Normierung der umgangssprachlichen Junktoren . | 38 |
| §3 Die Modellbeziehung | 39 |
| §4 Die Folgerungsbeziehung | 41 |
| §5 Zwei Lemmata über die Modellbeziehung | 49 |
| §6 Einige einfache Symbolisierungen | 54 |
| §7 Fragen zur Symbolisierbarkeit | 58 |
| §8 Substitution | 63 |

| | | |
|--------------|--|------------|
| IV. | Ein Sequenzenkalkül | 71 |
| §1 | Sequenzenregeln | 73 |
| §2 | Grund- und Junktorenregeln | 74 |
| §3 | Ableitbare Junktorenregeln | 76 |
| §4 | Quantoren- und Gleichheitsregeln | 79 |
| §5 | Weitere ableitbare Regeln | 81 |
| §6 | Eine Zusammenfassung. Ein Beispiel | 83 |
| §7 | Widerspruchsfreiheit | 86 |
| | | |
| V. | Der Vollständigkeitssatz | 89 |
| §1 | Der Satz von Henkin | 90 |
| §2 | Erfüllbarkeit widerspruchsfreier Ausdrucksmengen (abzählbarer Fall) | 95 |
| §3 | Erfüllbarkeit widerspruchsfreier Ausdrucksmengen (allgemeiner Fall) | 98 |
| §4 | Der Vollständigkeitssatz | 101 |
| | | |
| VI. | Der Satz von Löwenheim und Skolem und der Endlichkeitssatz | 103 |
| §1 | Der Satz von Löwenheim und Skolem | 103 |
| §2 | Der Endlichkeitssatz | 105 |
| §3 | Elementare Klassen | 108 |
| §4 | Elementar äquivalente Strukturen | 112 |
| | | |
| VII. | Zur Tragweite der ersten Stufe | 117 |
| §1 | Der formale Beweisbegriff | 118 |
| §2 | Mathematik im Rahmen der ersten Stufe | 122 |
| §3 | Das Zermelo-Fraenkelsche Axiomensystem der Mengenlehre | 128 |
| §4 | Bemerkungen zum mengentheoretischen Aufbau der Mathematik | 132 |
| | | |
| VIII. | Weitere syntaktische Eigenschaften | 137 |
| §1 | Definitionserweiterungen | 137 |
| §2 | Relativierung | 145 |
| §3 | Normalformen | 147 |

| | |
|---|------------|
| Zweiter Teil | 155 |
| IX. Erweiterungen der Logik erster Stufe | 157 |
| §1 Die Logik zweiter Stufe | 158 |
| §2 Das System $\mathcal{L}_{\omega_1, \omega}$ | 164 |
| §3 Das System \mathcal{L}_Q | 170 |
| X. Grenzen der formalen Methode | 173 |
| §1 Entscheidbarkeit und Aufzählbarkeit | 175 |
| §2 Registermaschinen | 180 |
| §3 Das Halteproblem für Registermaschinen | 187 |
| §4 Unentscheidbarkeit der Logik erster Stufe | 193 |
| §5 Der Satz von Trachtenbrot und die Unvollständigkeit der Logik zweiter Stufe | 197 |
| §6 Theorien und Entscheidbarkeit | 200 |
| §7 Selbstbezügliche Aussagen und die Gödelschen Unvoll- ständigkeitssätze | 209 |
| XI. Freie Modelle und Logik-Programmierung | 219 |
| §1 Der Satz von Herbrand | 220 |
| §2 Freie Modelle und universelle Hornausdrücke | 224 |
| §3 Herbrandstrukturen | 230 |
| §4 Aussagenlogik | 233 |
| §5 Aussagenlogische Resolution | 241 |
| §6 Resolution in der ersten Stufe (ohne Unifikation) | 254 |
| §7 Logik-Programmierung | 264 |
| XII. Eine algebraische Charakterisierung der elementaren Äquivalenz | 283 |
| §1 Endliche und partielle Isomorphie | 284 |
| §2 Der Satz von Fraïssé | 291 |
| §3 Der Beweis des Satzes von Fraïssé | 293 |
| §4 Ehrenfeucht-Spiele | 301 |

| | |
|---|----------------|
| XIII. Die Sätze von Lindström | 303 |
| §1 Logische Systeme | 303 |
| §2 Reguläre logische Systeme mit Endlichkeitssatz | 307 |
| §3 Der erste Satz von Lindström | 309 |
| §4 Der zweite Satz von Lindström | 317 |
| Literaturverzeichnis | 323 |
| Symbolverzeichnis | 327 |