Inhaltsverzeichnis Topologie I - WS 1993/94

§4. Filter

(4.1) Definition	Filter
(4.2) Bemerkungen + Beispiele	Fréchet-Filter, Elementarfilter einer Folge, Umgebungsfilter eines Punktes
(4.3) Definition	Filterbasis
(4.4) Bemerkungen + Beispiele	alternative Char. des Basisbegriffs, Bildfilter
(4.5) Definition	Vergleich von Filtern, Ultrafilter
(4.6) Bemerkungen + Beispiele	Existenz feinerer Ultrafilter, Char. eines Ultrafilters, Char. der Konvergenz einer Folge mit Filtern

§5. Konvergenz

(5.1) Definition	Limespunkt, Berührungspunkt eines Filters
(5.2) Bemerkungen + Beispiele	u.a. Char. der Stetigkeit mit Hilfe der Filterkonvergenz
(5.3) Definitionen	gerichtete Menge, Netz, Konvergenz von Netzen
(5.4) Bemerkungen + Beispiele	Elementarfilter eines Netzes, Char. der Stetigkeit durch Netze

§6. Trennungsaxiome

(6.1) Definition	T_i-Raum, $i = 0, 1, 2, 3, 4$, Hausdorffsch, regulär, normal
(6.2) Satz	Implikationen
(6.3) Lemma	Char. von T_1-Räumen
(6.4) Satz	Char. von T_2-Räumen
(6.5) Satz	Unterräume, Produkte, Quotienten von T_2-Räumen
(6.6) Beispiele	
(6.7) Bemerkungen zu (6.6)	
(6.8) Satz	Char. von T_3- und T_4-Räumen

§7. Kompakte topologische Räume

(7.1) Satz	Äquivalente Charkterisation der Quasi-Kompaktheit
(7.2) Definition	Kompaktheit
(7.3) Bemerkungen + Beispiele	abgeschlossene Teilmengen kompakter Räume sind kompakt, kompakte Teilmengen von Hausdorff-Räumen sind abgeschlossen, stetige Bilder quasi-kompakter Mengen sind quasi-kompakt
(7.4) Satz von Tychonoff	
(7.5) Lemma	Char. der Konvergenz von Filtern auf Produkträumen
(7.6) Satz	Kompakte Räume sind normal
(7.7) Definition	Kompaktifizierung, Einbettung
(7.8) Bemerkungen	

§8. Lokalkompakte Räume

(8.1) Definition	lokalkompakte Räume
(8.2) Bemerkungen + Beispiele	
(8.3) Satz	Char. über Umgebungsbasen
(8.4) Folgerungen	lokalkompakte Räume sind regulär, offene Unterräume lokalkompakter Räume sind lokalkompakt
(8.5) Satz	Charkterisation der Lokalkompaktheit für Unterräume lokalkompakter Räume
(8.6) Lemma	abgeschlossen Unterräume lokalkompakter Räume sind lokalkompakt
(8.7) Satz	Alexandroff-Kompaktifizierung
(8.8) Beispiele	eigentliche Abbildungen

§9. Zusammenhängende Räume

(9.1) Definition	zusammenhängender Raum
(9.2) Bemerkungen + Beispiele	alternative Char.; topologische Summe; wegzusammenhängende Räume, Beziehungen zwischen zusammenhängend und wegzusammenhängend, stetige Bilder zusammenhängender Räume sind zusammenhängend
(9.3) Satz	Vereinigung zusammenhängender Mengen
(9.4) Bemerkungen	Durchschnitt zusammenhängender Mengen, *Zusammenhangskomponenten*, *totalzusammenhängend*
(9.5) Satz	Eigenschaften von Komponenten
(9.6) Bemerkung	Wegzusammenhangskomponente

§10. Lokalzusammenhängende Räume

(10.1) Definition	lokalzusammenhängend, lokalwegzusammenhängend
(10.2) Bemerkungen + Beispiele	
(10.3) Satz	Char. von lokalzusammenhängend und lokalwegzusammenhängend
(10.4) Bemerkungen	Offenheit von Komponenten, Char. von wegzusammenhängend

§11. Abzählbarkeitsaxiome

Definitionen	separabel, abzählbare Umgebungsbasen, abzählbare Topologie, T-kompakt
(11.1) Satz	Implikationen
(11.2) Lemma	Dichtesatz von Baire für $\mathbb{R}$
(11.3) Satz	Abzählbarkeit im Unendlichen; Definition Lindelöf-Raum
(11.4) Bemerkungen	Räume mit abzählbarer Topologie sind Lindelöf-Räume und separabel, Lindelöf- Räume müssen nicht separabel sein und vice versa, Lindelöf T_3-Räume sind T_4
(11.5) Satz	für metrisierbare Räume sind die Begriffe "abzählbare Topolgie", "Lindelöf" und "separabel" äquivalent
(11.6) Bemerkungen	

§12. Urysohn-Funktionen. Der Fortsetzungssatz von Tietze

(12.1) Definition	TF_i-Raum, $i = 2, 3, 4$, vollständig-Hausdorffsch, vollständig-regulär, Urysohn-Funktion
(12.2) Satz	u.a. Lemma von Urysohn
(12.3) Bemerkungen	u.a. perfekt-normale Räume
(12.4) Satz	Fortsetzungssatz von Tietze
(12.5) Bemerkungen	
(12.6) Lemma	Jeder metrisierbare Raum ist normal
(12.7) Lemma	Jeder Unterraum eines vollständig-regulären Raumes ist vollständig-regulär
(12.8) Corollar	Jeder lokal-kompakte Raum ist vollständig-regulär

Übersichten zu den Trennungseigenschaften

§13. Die Stone-Čech-Kompaktifizierung

(13.1) Satz und Definition	Stone-Čech-Kompaktifizierung
(13.2) Satz (Stone + Čech)	Char. der Stone-Čech-Kompaktifizierung
(13.3) Hilfssatz	
(13.4) Hilfssatz	
(13.5) Satz	Die Stone-Čech-Kompaktifizierung ist die "größte" Kompaktifizierung
(13.6) Bemerkungen + Beispiele	u.a. Abschwächung der charakteristischen Bedingung, Alexandroff-Kompaktifizierung

§14. Ordinal- und Kardinalzahlen

(14.1) Definitionen	Ordnungsbegriffe
(14.2) Bemerkungen + Beispiele	u.a. Auswahlaxiom uws.
(14.3) Definition	*Isomorphismus*
(14.4) Bemerkung	Isomorphie ist Äquivalenzrelation
(14.5) Definition	Ideal, Initialintervall
(14.6) Bemerkungen	"Rechenregeln" für Ideale und Initialintervalle
(14.7) Lemma	
(14.8) Lemma	
(14.9) Satz	Isomorphiebeziehungen zwischen zwei wohlgeordneten Mengen
(14.10) Bemerkungen + Beispiele	u.a tranfinite Induktion und Konstruktion
(14.11) Definition	Ordinalzahl
(14.12) Satz	Eigenschaften von Ordinalzahlen
(14.13) Theorem	u.a. Zuordnung von Ordinalzahlen zu wohlgeordneten Mengen
(14.14) Bemerkungen	Aufbau der Klasse der Ordinalzahlen
(14.15) Definition	Gleichmächtigkeit
(14.16) Bemerkungen + Beispiele	u.a. Initialordinalzahl einer Mächtigkeitsklasse
(14.17) Definition	Kardinalzahl
(14.18) Bemerkungen + Beispiele	u.a. Satz von Bernstein-Schröder, $n < \aleph_0 < c$ für alle $n \in \mathbb{N}$, $\lvert X\rvert < \lvert\mathfrak{P}(X)\rvert$ für alle Mengen X, Continuumshypothese
(14.19) Bemerkungen	zur Arithmetik von Kardinalzahlen
(14.20) Bemerkungen	zu Ordinalräumen
(14.21) Beispiele	$[0,\Omega]$ ist die Stone-Čech-Kompaktifizierung von $[0,\Omega[$, $\lvert\check{\mathbb{N}}\rvert = 2^c$

§15. Parakompakte Räume und Metrisationssätze

(15.1) Definition	lokal-endliche und σ-lokal-endliche Familien
(15.2) Definition	parakompakt
(15.3) Satz (Michael)	äquivalente Kriterien für Parakompaktheit für reguläre Räume
Hilfssatz	$(A_i)_{i\in I}$ lokal-endliche Familie $\Rightarrow \bigcup_{i\in I}\overline{A_i} = \overline{\bigcup_{i\in I} A_i}$
(15.4) Satz (A.H. Stone)	Metrische Räume sind parakompakt
(15.5) Bemerkungen + Beispiele	Zusammenhänge zwischen kompakt, parakompakt, metrisierbar und normal

§16. Uniforme Räume

§17. Topologische Gruppen

§18. Mannigfaltigkeiten

Übungsaufgaben

Index