Inhaltsübersicht

Seite

I. Abschnitt. Einführung in den Gruppenbegriff

§ 1. Mengen mit algebraischer Operation, algebraische Strukturen . . . 7
§ 2. Bezeichnungen . . . 8
§ 3. Spezielle Eigenschaften algebraischer Operationen . . . 8
§ 4. Beispiele algebraischer Strukturen mit einer Operation . 10
§ 5. Definition der (endlichen und unendlichen) Gruppe; einige unmittelbare Folgerungen . . . 15

II. Abschnitt. Gruppentheoretische Grundbegriffe und -methoden

§ 6. Ordnung einer Gruppe; Isomorphie; abstrakte Gruppe . 18
§ 7. Potenz; Ordnung eines Elementes . . . 19
§ 8. Zyklische Gruppe; erzeugendes Element. . . . 21
§ 9. Untergruppe . . . 22
§ 10. Produkte von Elementen; inverse Elemente . . . 24
§ 11. Erzeugung von Gruppen aus Elementen . . . 26
§ 12. Rechnung mit Komplexen . . . 27
§ 13. Zerlegung einer Gruppe nach einer Untergruppe . . . 29
§ 14. Folgerungen aus der Zerlegung einer endlichen Gruppe nach einer Untergruppe . . . 32

III. Abschnitt. Über endliche Gruppen

§ 15. Die Gruppentafel . . . 33
§ 16. Die normale Tafel . . . 35
§ 17. Permutationen . . . 36
§ 18. Permutationsgruppen . . . 38
§ 19. Transitive und intransitive Permutationsgruppen. . . . 40
§ 20. Primitive und imprimitive Permutationsgruppen . . . 43
§ 21. Kennzeichen für Gruppeneigenschaft . . . 45
§ 22. Produkt und Durchschnitt endlicher Gruppen . . . 46

IV. Abschnitt. Vertauschbarkeit von Elementen und Untergruppen

§ 23. Normalisator; konjugierte Elemente . . . 47
§ 24. Fortsetzung; konjugierte Untergruppen . . . 50
§ 25. Invariante Elemente; Zentrum; Klasseneinteilung der Elemente und Untergruppen . . . 54
§ 26. Zwei Beispiele . . . 55
§ 27. Normalteiler . . . 59
§ 28. Sätze über Normalteiler . . . 61
§ 29. Einfache und Hamiltonsche Gruppen . . . 64
§ 30. Zentralisator . . . 65
§ 31. Produkt von Gruppen; direktes Produkt . . . 67

Seite

V. Abschnitt. Die Faktorgruppe

§ 32. Einführung der Faktorgruppe 71
§ 33. Beispiele von Faktorgruppen 72
§ 34. Sätze über Faktorgruppen 74

VI. Abschnitt. Die Homomorphie

§ 35. Die Homomorphie als Verallgemeinerung der Isomorphie 78
§ 36. Sätze über die Homomorphie 79
§ 37. Der Isomorphiesatz 81

VII. Abschnitt. Die Automorphie

§ 38. Begriff der Automorphie; Automorphismengruppe . . . 83
§ 39. Innere Automorphismen 87
§ 40. Das Holomorph 90

VIII. Abschnitt. Die Endomorphie; charakteristische und vollinvariante Untergruppen

§ 41. Begriff der Endomorphie 93
§ 42. Einige Sätze über Endomorphismen 95
§ 43. Charakteristische und vollinvariante Untergruppen . . . 97
§ 44. Einige Sätze über charakteristische und vollinvariante Untergruppen; die Kommutatorgruppe 98

IX. Abschnitt. Abelsche Gruppen

§ 45. Darstellung der Elemente einer zyklischen Gruppe. . . . 101
§ 46. Die zyklische Gruppe als direktes Produkt von Untergruppen 103
§ 47. Basis einer Gruppe 105
§ 48. Direktes Produkt gegebener zyklischer Gruppen 107
§ 49. Isomorphie abelscher Gruppen mit den Faktorgruppen $\mathfrak{U}_n/\mathfrak{B}$ 108
§ 50. Die Untergruppen der Gruppe $\mathfrak{U}_n$ 109
§ 51. Hauptsatz über abelsche Gruppen mit endlich vielen Erzeugenden 113
§ 52. Endliche abelsche Gruppen 115

X. Abschnitt. Gruppen mit Operatoren

§ 53. Operatorenbereich einer Gruppe; zulässige Untergruppen 118
§ 54. Beispiele zulässiger Untergruppen 119
§ 55. Übertragung früherer Begriffe und Sätze auf Gruppen mit Operatoren 120
§ 56. Allgemeinere Auffassung des Operatorenbereiches . . . 122
§ 57. Gemeinsamer Operatorenbereich mehrerer Gruppen . . 124
§ 58. Die Operatorisomorphie und -homomorphie 127
§ 59. Änderung des Gruppenbegriffs durch Einführung der Operatoren 128
§ 60. Der Homomorphiesatz und Isomorphiesatz für Gruppen mit Operatoren 129
§ 61. Die Operatorautomorphie und Operatorendomorphie . 132

XI. Abschnitt. p-Gruppen und p-Sylow-Gruppen

§ 62. Für die Untersuchung von p-Gruppen notwendige Sätze 133
§ 63. Zerlegung einer Gruppe nach einem Doppelmodul und Folgerungen 137

Seite

§ 64. p-Gruppen 140
§ 65. Über die Zentren der p-Gruppen 143
§ 66. p-Sylow-Gruppen 144
§ 67. Sätze über p-Sylow-Gruppen 146
§ 68. Der Satz von Sylow 148

XII. Abschnitt. Freie Gruppen und Gruppen mit Beziehungen zwischen den Elementen

§ 69. Das Kurzwort 151
§ 70. Die freie Gruppe 152
§ 71. Bestimmung von Gruppen durch Beziehungen zwischen erzeugenden Elementen 155

XIII. Abschnitt. Folgen und Reihen von Gruppen

§ 72. Aufsteigende Folgen. 158
§ 73. Aufsteigende Zentralreihen. 159
§ 74. Normalreihen. 160
§ 75. Der Satz von Zassenhaus 161
§ 76. Der Satz von Schreier 163
§ 77. Kompositionsreihen 165
§ 78. Auflösbare Gruppen. 167
§ 79. Endliche auflösbare Gruppen. 170

XIV. Abschnitt. Genaueres über die Gruppenpostulate

§ 80. Gleichwertigkeit der eindeutigen Umkehrbarkeit mit der Existenz der Einheit und der Inversen 171
§ 81. Schwächere Gruppenpostulate 172

Lösung der Aufgaben 174

Sach- und Namenverzeichnis 188