

Inhaltsverzeichnis

Vorwort 5

0. Mathematische Hilfsmittel

- 0.1. Geometrische Reihen 6
- 0.2. Logarithmus und Exponentialfunktion 7
- 0.3. Reihenabschätzungen 9
- 0.4. Die Stirlingsche Formel (nach H. E. Robbins) 15

1. Markow-Ketten

- 1.1. Abzählbar unendliche W -Räume 18
- 1.2. Zustände und Übergänge 18
- 1.3. Die Methode der Pfadregeln 20
- 1.4. Die Mittelwertsregeln 22

2. Klassische Irrfahrtprobleme

- 2.1. Die symmetrische Irrfahrt auf einer Geraden 40
- 2.2. Asymmetrische Irrfahrt auf der Geraden 43
- 2.3. Rückkehr zum Ursprung bei der symmetrischen Irrfahrt 45
- 2.4. Rückkehr zum Ursprung bei der asymmetrischen Irrfahrt 50
- 2.5. Die erste Rückkehr zum Ursprung. Das Spiegelungsprinzip 52
- 2.6. Irrfahrten und Brownsche Bewegung 56

3. Reduktion von Graphen

- 3.1. Vereinfachung eines Übergangsgraphen 58
- 3.2. Die Formel von Mason 61

4. Erzeugende Funktionen und ihre Anwendungen

- 4.1. Die erzeugende Funktion einer Zahlenfolge 66
- 4.2. Die Markierungsmethode van Dantzig's 67
- 4.3. Die geometrische Verteilung 68
- 4.4. Die Pascal-Verteilung 71
- 4.5. Die Binomialverteilung 73
- 4.6. Wartezeiten beim Bernoulli-Prozeß 74
- 4.7. Die erzeugende Funktion einer Summe unabhängiger Zufallsvariablen 85
- 4.8. Erste Rückkehr zum Ursprung bei der asymmetrischen Irrfahrt 86
- 4.9. Rekorde in einem Zufallsprozeß 88
- 4.10. Die Zyklenzahl einer Zufallspermutation 89

5. Zufallszahlen

- 5.1. Der Zufallsgenerator 92
- 5.2. Vergleich zweier Verteilungen 93
- 5.3. Das Buffonsche Nadelproblem (1777) 97
- 5.4. Punkte im Halbkreisbogen 100
- 5.5. Das Problem der Begegnung 100

| | | |
|------------|--|-----|
| 6. | Verzweigungsprozesse | |
| 6.1. | Definition und Beispiel | 105 |
| 6.2. | Aussterbewahrscheinlichkeit | 109 |
| 6.3. | Eine Anwendung. Das Aussterben von Familiennamen | 112 |
| 6.4. | Weitere Untersuchung mit erzeugenden Funktionen | 113 |
| 6.5. | Anhang. Der kritische Fall | 117 |
| 7. | Populationsgenetik | |
| 7.1. | Der biologische Hintergrund des Vererbungsmechanismus | 119 |
| 7.2. | Mendelsche Vererbung | 121 |
| 7.3. | Das Hardy-Weinberg-Gesetz (1908) | 124 |
| 7.4. | Selektion | 130 |
| 7.5. | Inzucht | 133 |
| 8. | Der Poisson-Prozeß | |
| 8.1. | Definition des Poisson-Prozesses | 150 |
| 8.2. | Herleitung der Poisson-Verteilung über die erzeugende Funktion | 152 |
| 8.3. | Anschauliche Deutungen des Poisson-Prozesses | 154 |
| 8.4. | Die Exponentialverteilung | 155 |
| 8.5. | Weitere Eigenschaften der Exponential- und Poisson-Verteilung | 157 |
| 8.6. | Konkurrierende Risiken | 162 |
| 9. | Geburts- und Todesprozesse | |
| 9.1. | Definition. Stationäre Verteilung | 166 |
| 9.2. | Warteschlangen | 168 |
| 10. | Asymptotisches Verhalten endlicher Markow-Ketten | |
| 10.1. | Markow-Ketten mit zwei Zuständen | 176 |
| 10.2. | Markow-Ketten mit N Zuständen | 179 |
| 10.3. | Das Ehrenfest-Modell | 187 |
| 10.4. | Beweis zweier Hauptsätze über Markow-Ketten | 191 |
| 11. | Zentraler Grenzwertsatz | |
| 11.1. | Formulierung des Satzes | 196 |
| 11.2. | Zentraler Grenzwertsatz für den symmetrischen Münzenwurf | 196 |
| 11.3. | Zentraler Grenzwertsatz für die Poisson-Verteilung | 197 |
| 11.4. | Zentraler Grenzwertsatz für die Binomialverteilung | 199 |
| 12. | Optimales Stoppen | 200 |
| 13. | Wahrscheinlichkeit und Zahlentheorie | 207 |
| 14. | Eine neue Methode für Markow-Ketten | 212 |
| 15. | Lösungen der Aufgaben | 217 |
| | Literaturverzeichnis | 245 |
| | Register | 246 |