Inhaltsverzeichnis.

Erklärung der Zeichen und Abkürzungen XVII

A. Allgemeine Lösungsmethoden.

§ 1. Differentialgleichungen erster Ordnung.

1\. Explizite Differentialgleichungen $y' = f(x, y)$; allgemeiner Teil 1
- 1·1 Bezeichnungen und Veranschaulichung der Differentialgleichung . . 1
- 1·2 Existenz und eindeutige Bestimmtheit der Lösungen 2

2\. Explizite Differentialgleichungen $y' = f(x, y)$; Lösungsverfahren 3
- 2·1 Erste Orientierung und Methode der Polygonzüge 3
- 2·2 Das Iterationsverfahren von Picard-Lindelöf 4
- 2·3 Ansetzen einer Potenzreihe 6
- 2·4 Allgemeinere Reihenentwicklungen 7
- 2·5 Reihenentwicklung nach einem Parameter 8
- 2·6 Beziehung zu partiellen Differentialgleichungen 9
- 2·7 Abschätzungssätze 10
- 2·8 Verhalten von Lösungen für große x 11
- 2·9 Weitere Lösungsmethoden 12

3\. Implizite Differentialgleichungen $F(y', y, x) = 0$ 12
- 3·1 Über Lösungen und Lösungsmethoden 12
- 3·2 Reguläre und singuläre Linienelemente: Diskriminantenkurve und singuläre Lösungen 14

4\. Lösungsverfahren für besondere Typen von Differentialgleichungen . . . 15
- 4·1 Differentialgleichungen mit getrennten Variabeln $y' = f(x)$; $y' = g(y)$; $y' = f(x)\,g(y)$ 15
- 4·2 $y' = f(a\,x + b\,y + c)$ 15
- 4·3 Lineare Differentialgleichungen $y' + f(x)\,y = g(x)$ 16
- 4·4 Asymptotisches Verhalten der Lösungen linearer Differentialgleichungen 17
- 4·5 Bernoullische Differentialgleichungen $y' + f(x)\,y + g(x)\,y^\alpha = 0$ . . . 19
- 4·6 Homogene und verwandte Differentialgleichungen 19
  - (a) $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ 19
  - (b) $F\left(y', \frac{y}{x}\right) = 0$ 19
  - (c) $y' = f\left(\frac{a\,x + b\,y + c}{\alpha\,x + \beta\,y + \gamma}\right)$ 19
  - (d) $y' = \frac{y}{x} + g(x)\,f\left(\frac{y}{x}\right)$ 20
  - (e) $\left[f\left(\frac{y}{x}\right) + x^\alpha\,h\left(\frac{y}{x}\right)\right]y' = g\left(\frac{y}{x}\right) + y\,x^{\alpha-1}\,h\left(\frac{y}{x}\right)$ 20

4·7 Gleichgradige Differentialgleichungen 20
4·8 Spezielle Riccatische Differentialgleichungen $y' + a\,y^2 = b\,x^\alpha$ . . . 21
4·9 Allgemeine Riccatische Differentialgleichungen
$y' = f(x)\,y^2 + g(x)\,y + h(x)$ 21
4·10 Abelsche Differentialgleichungen erster Art $y' = \sum_{\nu=0}^{3} f_\nu(x)\,y^\nu$ 24
4·11 Abelsche Differentialgleichungen zweiter Art 26
(a) $[y + g(x)]\,y' = f_2(x)\,y^2 + f_1(x)\,y + f_0(x)$ 26
(b) $[g_1(x)\,y + g_0(x)]\,y' = f_2(x)\,y^2 + f_1(x)\,y + f_0(x)$ 27
(c) $[g_1(x)\,y + g_0(x)]\,y' = \sum_{\nu=0}^{3} f_\nu(x)\,y^\nu$ 28
4·12 $g(x, y) + h(x, y)\,y' = 0$ als exakte Differentialgleichung 28
4·13 $y' = f(x, y)$; $g(x, y) + h(x, y)\,y' = 0$; Eulerscher Multiplikator; integrierender Faktor 28
4·14 $F(y', y, x) = 0$, „Integration durch Differentiation" 29
4·15 (a) $y = G(x, y')$; (b) $x = G(y, y')$ 30
4·16 (a) $G(y', x) = 0$; (b) $G(y', y) = 0$ 30
4·17 (a) $y = g(y')$; (b) $x = g(y')$ 30
4·18 Clairautsche Differentialgleichungen 31
(a) $y = x\,y' + g(y')$ 31
(b) $F(y - x\,y'\,y') = 0$ 31
4·19 D'Alembertsche Differentialgleichungen $y = x\,f(y') - g(y')$ 31
4·20 $F(x, x\,y' - y, y') = 0$; Legendresche Transformation 32

§ 2. Systeme von allgemeinen expliziten Differentialgleichungen $y'_\nu = f_\nu(x, y_1, \ldots, y_n)$ $(\nu = 1, \ldots, n)$.

5. Allgemeiner Teil 32
5·1 Bezeichnungen und Veranschaulichung der Differentialgleichung . . 32
5·2 Existenz und eindeutige Bestimmtheit der Lösungen 33
5·3 Existenzsatz von Carathéodory 34
5·4 Charakteristische Funktionen. Abhängigkeit der Lösungen von den Anfangswerten und von Parametern 34
5·5 Stabilitätsfragen 35

6. Lösungsverfahren 37
6·1 Erste Orientierung und Methode der Polygonzüge 37
6·2 Das Iterationsverfahren von Picard-Lindelöf 38
6·3 Ansetzen einer Potenzreihe oder allgemeinerer Reihenentwicklungen 38
6·4 Beziehung zu partiellen Differentialgleichungen 39
6·5 Reduktion des Systems bei Kenntnis von Gleichungen zwischen den Lösungen 39
6·6 Reduktion des Systems durch Differentiation und Elimination . . . 40
6·7 Abschätzungssätze 40
6·8 Weitere Lösungsmethoden 41

7. Dynamische Systeme 42
7·1 Allgemeine dynamische Systeme 42

7·2 Über den Verlauf der Integralkurven für $n = 2$ in der Nähe eines stationären Punktes . . . 43
7·3 Kriterien für die Art der stationären Punkte . . . 44

§ 3. Systeme von linearen Differentialgleichungen.

8. Allgemeine lineare Systeme . . . 47
8·1 Allgemeine Vorbemerkungen . . . 47
8·2 Existenz- und Eindeutigkeitssätze. Lösungsverfahren . . . 48
8·3 Reduktion des unhomogenen auf das homogene System . . . 49
8·4 Abschätzungssätze . . . 49
9. Homogene lineare Systeme . . . 50
9·1 Eigenschaften der Lösungen. Hauptsysteme von Lösungen . . . 50
9·2 Existenzsätze und Lösungsverfahren . . . 51
9·3 Reduktionsverfahren . . . 53
9·4 Adjungierte Systeme von Differentialgleichungen . . . 53
9·5 Selbstadjungierte Systeme von Differentialgleichungen . . . 54
9·6 Adjungierte Systeme von Differentialausdrücken; Lagrangesche Identität und Greensche Formel . . . 55
9·7 Grundlösungen . . . 56
10. Homogene lineare Systeme mit singulären Stellen . . . 57
10·1 Einteilung der singulären Stellen . . . 57
10·2 Schwach singuläre Stellen . . . 58
10·3 Stark singuläre Stellen . . . 60
11. Verhalten der Lösungen für große x . . . 61
12. Systeme, die von einem Parameter abhängen . . . 62
13. Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten . . . 64
13·1 Homogene Systeme . . . 64
13·2 Allgemeinere Systeme . . . 65

§ 4. Allgemeine Differentialgleichungen n-ter Ordnung.

14. Die explizite Differentialgleichung $y^{(n)} = f(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)})$ . . . 66
15. Besondere Typen der Differentialgleichung $F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ . . . 67
15·1 Exakte Differentialgleichungen . . . 67
15·2 Gleichgradige Differentialgleichungen . . . 68
15·3 In der Differentialgleichung kommt x oder y nicht explizite vor 68
(a) $F(y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$; (b) $F(x, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ . . . 68

§ 5. Lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung.

16. Allgemeine lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung . . . 69
16·1 Allgemeine Vorbemerkungen . . . 69
16·2 Existenz- und Eindeutigkeitssatz. Lösungsverfahren . . . 69
16·3 Beseitigung des zweithöchsten Gliedes . . . 71
16·4 Reduktion der unhomogenen auf die homogene Differentialgleichung 71
16·5 Verhalten der Lösungen für große x . . . 72

17. Homogene lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung 72
17·1 Eigenschaften der Lösungen und Existenzsätze 72
Reduktion der Differentialgleichung auf eine solche niedrigerer Ordnung 73
17·3 Über die Nullstellen der Lösungen 74
17·4 Grundlösungen 74
17·5 Adjungierte, selbstadjungierte und anti-selbstadjungierte Differentialausdrücke 75
17·6 Lagrangesche Identität; Dirichletsche und Greensche Formeln . . 76
17·7 Über die Lösungen adjungierter und exakter Differentialgleichungen 77

18. Homogene lineare Differentialgleichungen mit singulären Stellen 78
18·1 Einteilung der singulären Stellen 78
18·2 Die Stelle $x = \xi$ ist regulär oder schwach singulär 81
18·3 Die Stelle $x = \infty$ ist regulär oder schwach singulär 83
18·4 Die Stelle $x = \xi$ ist stark singulär 84
18·5 Die Stelle $x = \infty$ ist stark singulär 85
18·6 Differentialgleichungen, deren Koeffizienten Polynome sind 86
18·7 Periodische Funktionen als Koeffizienten 87
18·8 Doppeltperiodische Funktionen als Koeffizienten 88
18·9 Reelle Veränderliche 89

19. Lösung der allgemeinen und der homogenen linearen Differentialgleichungen durch bestimmte Integrale 90
19·1 Das allgemeine Prinzip 90
19·2 Die Laplace-Transformation 92
19·3 Die spezielle Laplace-Transformation 95
19·4 Mellins Transformation 96
19·5 Eulers Transformation 97
19·6 Lösung durch Doppelintegrale 99

20. Verhalten der Lösungen für große x 100
20·1 Polynome als Koeffizienten 100
20·2 Allgemeinere Funktionen als Koeffizienten 100
20·3 Stetige Funktionen als Koeffizienten 101
20·4 Oszillationssätze 102

21. Genäherte Darstellung der Lösungen von Differentialgleichungen, die von einem Parameter abhängen 102
21·1 $y^{(n)} + \sum\limits_{\nu=0}^{n-1} \varrho^{k(n-\nu)} f_\nu(x, \varrho)\, y^{(\nu)} = 0$ 102
21·2 $\sum\limits_{\nu=0}^{n} f_\nu(x, \varrho)\, y^{(\nu)} = 0$ 103
21·3 $\sum\limits_{\nu=0}^{n} f_\nu(x)\, y^{(\nu)} + \varrho^n g(x)\, y = 0$ 104

22. Einige besondere Typen von linearen Differentialgleichungen 105
22·1 Homogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . 105
22·2 Unhomogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten 106
22·3 Eulers Differentialgleichungen 108

22·4 Lineare Funktionen als Koeffizienten 108
22·5 Polynome als Koeffizienten und als Lösungen 108
22·6 Pochhammers Differentialgleichung 109

§ 6. Differentialgleichungen zweiter Ordnung.

23. Nichtlineare Differentialgleichungen 113
23·1 Lösungsverfahren für besondere Typen von nichtlinearen Differentialgleichungen 113
23·2 Einige weitere Bemerkungen 114
23·3 Grenzwertsätze 114
23·4 Ein Oszillationssatz 115
24. Allgemeine lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung 116
24·1 Allgemeine Bemerkungen 116
24·2 Berechnung der Lösungen, wenn eine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung bekannt ist 117
24·3 Abschätzungssätze 118
25. Homogene lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung und Systeme von zwei Differentialgleichungen erster Ordnung 119
25·1 Über Reduktionen der Differentialgleichung 119
25·2 Weitere Zusammenhänge mit anderen Differentialgleichungen . . . 121
25·3 Kettenbruchentwicklungen für Lösungen 123
25·4 Allgemeines über die Nullstellen der Lösungen. Trennungssätze . . 124
25·5 Nullstellen und Oszillation der Lösungen in einem endlichen Intervall 125
25·6 Verhalten der Lösungen für $x \to \infty$ 128
25·7 Differentialgleichungen mit singulären Stellen 131
25·8 Näherungslösungen, insbesondere asymptotische Lösungen; reelle Veränderliche 133
25·9 Asymptotische Lösungen; komplexe Veränderliche 136
25·10 Genäherte Darstellung der Lösungen von Differentialgleichungen, die von einem Parameter abhängen 137

§ 7. Lineare Differentialgleichungen dritter und vierter Ordnung.

26. Lineare Differentialgleichungen dritter Ordnung 139
27. Lineare Differentialgleichungen vierter Ordnung 140

§ 8. Numerische, graphische und maschinelle Integrationsverfahren.

28. Numerische Integration: Differentialgleichungen erster Ordnung 140
28·1 Verfahren von Runge, Heun und Kutta 141
28·2 Kombiniertes Interpolations- und Iterationsverfahren. 142
28·3 Das Extrapolationsverfahren von Adams 143
28·4 Ergänzungen zum Verfahren von Adams 146
29. Numerische Integration: Differentialgleichungen höherer Ordnung . . . 148
29·1 Systeme von Differentialgleichungen erster Ordnung 148

29·2 Runge-Kuttasche Formeln für Differentialgleichungen zweiter Ordnung . . . 149
29·3 Das Verfahren von Adams-Störmer für $y'' = f(x, y, y')$ . . . 150
29·4 Das Verfahren von Adams-Störmer für $y'' = f(x, y)$ . . . 151
29·5 Das Verfahren von Blaess . . . 152
30. Graphische Integration: Differentialgleichungen erster Ordnung . . . 154
30·1 $F(x, y, y') = 0$, Festlegung des Richtungsfeldes . . . 155
30·2 Einschaltung über die graphische Integration einer Funktion $y = f(x)$ 157
30·3 Erstes Näherungsverfahren zur Lösung von $y' = f(x, y)$ . . . 158
30·4 Verfahren der eingeschalteten Halbschritte . . . 158
30·5 Verbesserung der Näherungskurve nach C. Runge . . . 159
30·6 Extrapolationsverfahren . . . 159
30·7 Verwendung von Nomogrammen nach H. Heinrich . . . 160
30·8 Verwendung von Polarkoordinaten . . . 162
30·9 Weitere Verfahren . . . 162
31. Graphische Integration: Differentialgleichungen zweiter und höherer Ordnung . . . 163
31·1 Systeme von Differentialgleichungen . . . 163
31·2 Differentialgleichungen zweiter Ordnung: ein erstes Näherungsverfahren . . . 163
31·3 Das Verfahren der wiederholten Integration (Trapez- oder Seilpolygonverfahren) . . . 164
31·4 Verwendung von Nomogrammen . . . 167
31·5 Integration mittels Krümmungskreisen nach Lord Kelvin . . . 170
31·6 Das Linienbildverfahren von Meissner . . . 171
31·7 Grammels Orthopolarenverfahren . . . 172
31·8 Graphische Verwendung der Taylorschen Entwicklung . . . 177
31·9 Das Verfahren von E. Braun . . . 178
32. Apparate zur Lösung von Differentialgleichungen . . . 179

B. Rand- und Eigenwertaufgaben.

§ 1. Rand- und Eigenwertaufgaben bei einer linearen Differentialgleichung n-ter Ordnung.

1. Allgemeines über Randwertaufgaben . . . 182
1·1 Bezeichnungen und allgemeine Vorbemerkungen . . . 182
1·2 Bedingungen für die Lösbarkeit der Randwertaufgabe . . . 184
1·3 Die adjungierte Randwertaufgabe . . . 185
1·4 Selbstadjungierte Randwertaufgaben . . . 187
1·5 Die Greensche Funktion . . . 188
1·6 Lösung unhomogener Randwertaufgaben mittels der Greenschen Funktion . . . 190
1·7 Verallgemeinerte Greensche Funktionen . . . 190
2. Rand- und Eigenwertaufgaben bei der Differentialgleichung $\sum_{\nu=0}^{n} f_\nu(x)\, y^{(\nu)} + \lambda\, g(x)\, y = f(x)$; allgemeiner Teil . . . 193

2·1 Eigenwerte und Eigenfunktionen; die charakteristische Determinante $\Delta(\lambda)$ . . . 193
2·2 Die adjungierte Eigenwertaufgabe und die Greensche Resolvente; vollständiges Biorthogonalsystem . . . 194
2·3 Genormte Randbedingungen; reguläre Eigenwertaufgaben . . . 196
2·4 Die Eigenwerte bei regulären und irregulären Eigenwertaufgaben . 198
2·5 Der Ansatz zur Entwicklung gegebener Funktionen nach Eigenfunktionen; Entwicklungssätze für reguläre und irreguläre Eigenwertaufgaben . . . 199
2·6 Selbstadjungierte normale Eigenwertaufgaben . . . 200
2·7 Einschaltung über Fredholmsche Integralgleichungen . . . 203
2·8 Beziehung zwischen Randwertaufgaben und Fredholmschen Integralgleichungen . . . 207
2·9 Beziehung zwischen Eigenwertaufgaben und Fredholmschen Integralgleichungen. Folgerungen für das Eigenwert- und Entwicklungsproblem 208
2·10 Einschaltung über Volterrasche Integralgleichungen . . . 210
2·11 Beziehung zwischen Randwertaufgaben und Volterraschen Integralgleichungen . . . 211
2·12 Beziehung zwischen Eigenwertaufgaben und Volterraschen Integralgleichungen . . . 212
2·13 Beziehung zwischen Eigenwertaufgaben und Variationsrechnung . 214
2·14 Zusätzliche Bemerkungen hierzu . . . 216
(a) Rayleighs Prinzip . . . 216
(b) Ein zweites Variationsprinzip . . . 217
(c) Ein drittes Variationsprinzip . . . 218
2·15 Entwicklungen nach Eigenfunktionen . . . 218
2·16 Unabhängige Festlegung der Eigenwerte nach Courant . . . 219
2·17 Ein Abschätzungssatz . . . 220
3. Methoden zur praktischen Lösung von Eigen- und Randwertaufgaben . 220
3·1 Das Näherungsverfahren von Ritz-Galerkin . . . 220
3·2 Das Näherungsverfahren von Grammel . . . 222
3·3 Die Lösung unhomogener Randwertaufgaben nach Ritz-Galerkin . 223
3·4 Das Iterationsverfahren . . . 224
3·5 Genäherte Lösung von Rand- und Eigenwertaufgaben mittels Differenzenrechnung . . . 225
3·6 Störungsrechnung . . . 228
3·7 Weitere Abschätzungen für die Eigenwerte . . . 230
(a) Aufspaltungsformel von Dunkerley-Jeffcott . . . 231
(b) Aufspaltungsformel von Southwell . . . 231
(c) Einschließungssatz von Temple . . . 231
(d) Einschließungssatz von Kryloff-Bogoliubov . . . 232
(e) Abschätzungen mittels der Greenschen Funktion . . . 232
(f) Untere Schranke nach Temple-Bickley . . . 232
(g) Untere Schranke nach Trefftz-Newing . . . 233
(h) Untere Schranken für die höheren Eigenwerte nach Trefftz-Willers 233
3·8 Übersicht über die Wege zur Berechnung von Eigenwerten und Eigenfunktionen . . . 234
(a) Das $\Delta(\lambda)$-Verfahren . . . 234

(b) Übergang zu einer Integralgleichung 234
(c) Störungsrechnung 234
(d) Übergang zu einer Differenzengleichung 234
(e) Übergang zu einer Variationsaufgabe 235
(f) Iterationsverfahren 235
(g) Interpolationsverfahren 235

4. Selbstadjungierte Eigenwertaufgaben bei der Differentialgleichung $\sum_{\nu=0}^{m} f_\nu(x)\, y^{(\nu)} = \lambda \sum_{\nu=0}^{n} g_\nu(x)\, y^{(\nu)}$ 236
4·1 Formulierung der Aufgabe 236
4·2 Vorbemerkungen allgemeiner Art 237
4·3 Normale Eigenwertaufgaben 238
4·4 Definite Eigenwertaufgaben 239
4·5 Entwicklungen nach Eigenfunktionen 241

5. Rand- und Nebenbedingungen allgemeinerer Art 244

§ 2. Rand- und Eigenwertaufgaben bei Systemen linearer Differentialgleichungen.

6. Rand- und Eigenwertaufgaben bei Systemen linearer Differentialgleichungen 246
6·1 Bezeichnungen und Lösbarkeitsbedingungen 246
6·2 Die adjungierte Randwertaufgabe 247
6·3 Die Greensche Matrix 249
6·4 Randwertaufgaben, die einen Parameter enthalten; Eigenwertaufgaben 249
6·5 Selbstadjungierte Eigenwertaufgaben 250
6·6 Ergänzungen 253

§ 3. Rand- und Eigenwertaufgaben der niedrigeren Ordnungen.

7. Aufgaben erster Ordnung 253
7·1 Lineare Aufgaben 253
7·2 Nichtlineare Aufgaben 254

8 Lineare Randwertaufgaben zweiter Ordnung 255
8·1 Allgemeine Bemerkungen 255
8·2 Die Greensche Funktion 256
8·3 Abschätzungen von Lösungen der Randwertaufgabe erster Art . . 256
8·4 Randbedingungen für $|x| \to \infty$ 257
8·5 $y'' + \alpha^2 y = g(x)$; periodische Lösungen 257
8·6 Eine Rand- und Eigenwertaufgabe, die mit der Strömung von Flüssigkeiten zusammenhängt 258

9. Lineare Eigenwertaufgaben zweiter Ordnung 258
9·1 Überblick über die behandelten Aufgaben 258
9·2 $(f\,y')' + (\lambda g + h)\, y = 0$, $f \neq 0$; selbstadjungierte Aufgabe 260
(a) $g(x) \neq 0$ 260
(a_1) Sturmsche Eigenwertaufgabe 260
(a_2) Allgemeine selbstadjungierte Randbedingungen 263

(b) $g(x)$ darf das Vorzeichen wechseln; aber die Eigenwertaufgabe ist definit . . . 264
(c) $g(x)$ darf das Vorzeichen wechseln; die Eigenwertaufgabe ist nicht definit . . . 264
9·3 $y' = F(x, \lambda) z$, $z' = -G(x, \lambda) y$ mit selbstadjungierten Randbedingungen . . . 264
(a) Sturmsche Randbedingungen . . . 265
(b) Allgemeine selbstadjungierte Randbedingungen . . . 266
9·4 Eigenwertaufgaben und Variationsprinzip . . . 267
9·5 Zur praktischen Berechnung von Eigenwerten und Eigenfunktionen 269
9·6 Eigenwertaufgaben, die nicht selbstadjungiert zu sein brauchen . . . 270
(a) Reguläre und irreguläre Eigenwertaufgaben . . . 270
(b) $y' = F(x, \lambda) z$, $z' = -G(x, \lambda) y$, Existenz von Eigenwerten . . 271
(c) Differentialgleichungen, in die der Parameter nicht linear eingeht 272
9·7 Andere Nebenbedingungen . . . 272
(a) Polynome als Lösungen . . . 272
(b) Sonstige Nebenbedingungen . . . 273
9·8 Eigenwertaufgaben mit mehreren Parametern; Kleins Oszillationssatz 274
9·9 Differentialgleichungen mit singulären Stellen in den Randpunkten . . 274
9·10 Unbegrenzte Intervalle . . . 275

10. Nichtlineare Rand- und Eigenwertaufgaben zweiter Ordnung . . . 277
10·1 Randwertaufgaben für ein endliches Intervall . . . 277
10·2 Randwertaufgaben für ein einseitig begrenztes Intervall . . . 280
10·3 Eigenwertaufgaben . . . 281

11. Rand- und Eigenwertaufgaben dritter bis achter Ordnung . . . 282
11·1 Lineare Eigenwertaufgaben dritter Ordnung . . . 282
11·2 Lineare Eigenwertaufgaben vierter Ordnung . . . 283
11·3 Lineare Eigenwertaufgaben für Systeme von zwei Differentialgleichungen zweiter Ordnung . . . 285
11·4 Nichtlineare Randwertaufgaben vierter Ordnung . . . 287
11·5 Eigenwertaufgaben dritter bis achter Ordnung . . . 287

C. Einzel-Differentialgleichungen.

Vorbemerkungen . . . 289
1. Differentialgleichungen erster Ordnung . . . 293
1—367 Differentialgleichungen ersten Grades in y' . . . 293
368—517 Differentialgleichungen zweiten Grades in y' . . . 355
518—544 Differentialgleichungen dritten Grades in y' . . . 384
545—576 Differentialgleichungen allgemeinerer Art . . . 389

2. Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung . . . 396
1—90 $a y'' + \cdots$ . . . 396
91—145 $(a x + b) y'' + \cdots$ . . . 422
146—221 $x^2 y'' + \cdots$ . . . 434
222—250 $(x^2 \pm a^2) y'' + \cdots$ . . . 452
251—303 $(a x^2 + b x + c) y'' + \cdots$ . . . 463

304—341 $(a x^3 + \cdots) y'' + \cdots$ 482
342—396 $(a x^4 + \cdots) y'' + \cdots$ 489
397—410 $P(x) y'' + \cdots$; P ein Polynom vom Grad $\geqq 5$ 497
411—445 Rest 503
3. Lineare Differentialgleichungen dritter Ordnung 508
4. Lineare Differentialgleichungen vierter Ordnung 524
5. Lineare Differentialgleichungen fünfter und höherer Ordnung 538
6. Nichtlineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung 542
1—72 $a y'' = F(x, y, y')$ 542
73—103 $f(x) y'' = F(x, y, y')$ 559
104—187 $f(x) y y'' = F(x, y, y')$ 569
188—225 $f(x, y) y'' = F(x, y, y')$ 586
226—249 Rest 594
7. Nichtlineare Differentialgleichungen dritter und höherer Ordnung . . . 600
8. Systeme von linearen Differentialgleichungen 606
1—18 Systeme von zwei Differentialgleichungen erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten $a_\nu x' + b_\nu y' + c_\nu x + d_\nu y = f_\nu(t)$ 606
19—25 Systeme von zwei Differentialgleichungen erster Ordnung, deren Koeffizienten nicht konstant sind 611
26—43 Systeme von zwei Differentialgleichungen von höherer als erster Ordnung 613
44—57 Systeme von mehr als zwei Differentialgleichungen 617
9. Systeme von nichtlinearen Differentialgleichungen 621
1—17 Systeme von zwei Differentialgleichungen 621
18—29 Systeme von mehr als zwei Differentialgleichungen 626
10. Funktional-Differentialgleichungen 630
Nachträge 637
Register 663